

# **Angivande av mätosäkerhet vid kalibrering – EA-4/02**

## **Svensk översättning**

## **SYFTE**

Syftet med detta dokument är att harmonisera utvärdering av mätosäkerhet inom EAL, att ange tilläggskrav utöver de allmänna kraven i EAL-R1 för angivande av mätosäkerhet på kalibreringsbevis som utfärdas av ackrediterade laboratorier samt att bistå ackrediteringsorgan med ett enhetligt sätt att ange bästa mätförmåga för kalibreringslaboratorier som de har ackrediterat. Tillämpningen av EA4/02 befrämjar ett globalt erkännande av europeiska mätresultat eftersom reglerna i detta dokument är i överensstämmelse med rekommendationerna i dokumentet *Guide to the Expression of Uncertainty in Measurement*, som har publicerats av sju internationella organisationer verksamma inom standardisering och metrologi.

Denna utgåva är en omtryckning av utgåva 1 (aug 1998) efter det att vissa korrigeringar har gjorts. Dessa ändringar påverkar dock inte dokumentets sakinhåll.

## **Ursprung**

På uppdrag av *EAL's Committee 2* har denna publikation utarbetats av arbetsgruppen *EAL Task Force for revision of WECC Doc. 19-1990*. Dokumentet utgör en genomgripande omarbetning av WECC Doc. 19-1990 och ersätter detta.

## **Officiellt språk**

Originaltexten är på engelska. Texten får översättas till andra språk vid behov men den engelska utgåvan förblir den officiellt gällande versionen.

## **Upphovsrätt**

Upphovsrätten till denna text hålls av EA. Texten får inte kopieras för återförsäljning.

## **Ytterligare information**

Mer information om denna publikation kan erhållas från er nationella EA-medlem:

För aktuell medlemsförteckning se <http://www.european-accreditation.org/>.

## Innehåll

---

<b>Avsnitt</b>		<b>Sida</b>
<b>1</b>	<b>Inledning</b>	<b>4</b>
<b>2</b>	<b>Grundprinciper och definitioner</b>	<b>5</b>
<b>3</b>	<b>Utvärdering av mätosäkerheten av instorheternas skattningar</b>	<b>6</b>
<b>4</b>	<b>Beräkning av standardosäkerhet för utstorhetens skattning</b>	<b>9</b>
<b>5</b>	<b>Utvidgad mätosäkerhet</b>	<b>12</b>
<b>6</b>	<b>Mätosäkerhetsuppgift i kalibreringsbevis</b>	<b>13</b>
<b>7</b>	<b>Beskrivning av stegen vid beräkning av mätosäkerhet</b>	<b>13</b>
<b>8</b>	<b>Hänvisningar</b>	<b>14</b>
<b>Bilaga A</b>	<b>Kommentarer till bedömning av bästa mätformåga</b>	<b>15</b>
<b>Bilaga B</b>	<b>Ett urval termer</b>	<b>18</b>
<b>Bilaga C</b>	<b>Mätosäkerhetskällor</b>	<b>22</b>
<b>Bilaga D</b>	<b>Korrelerade instorheter</b>	<b>23</b>
<b>Bilaga E</b>	<b>Täckningsfaktorer erhållna från effektiva antalet frihetsgrader</b>	<b>26</b>

---

# 1 Inledning

- 1.1 Detta dokument anger principerna för och kraven på utvärdering av mätosäkerhet vid kalibrering och för angivande av denna mätosäkerhet i kalibreringsbevis. Behandlingen har hållits på en allmän nivå för att passa alla kalibreringsområden. För att göra informationen mera lättillgänglig, kan den beskrivna metoden behöva kompletteras med mera specifika råd inom olika fackområden. När man utarbetar sådana kompletterande råd bör de allmänna principerna som anges i detta dokument följas för att säkerställa en harmoniserad tillämpning.
- 1.2 Behandlingen i detta dokument är i överensstämmelse med den i dokumentet *Guide to the Expression of Uncertainty in Measurement*, GUM [1] som publicerades första gången 1993 i samarbete mellan BIPM, IEC, IFCC, ISO, IUPAC, IUPAP och OILM. Under det att GUM fastställer allmänna regler för utvärdering och angivande av mätosäkerhet för tillämpning inom de flesta områden av fysikaliska mätningar, fokuserar EAL-R2 på den metod som är bäst lämpad för mätningar i kalibreringslaboratorier och beskriver ett entydigt och harmoniserat sätt för utvärdering och angivande av mätosäkerhet vid kalibrering. Det innehåller följande delar:
- grundläggande definitioner för detta dokument,
  - utvärderingsmetoder för instorheters mätosäkerhet,
  - sambandet mellan utstorhetens och instorheternas mätosäkerhet,
  - utstorhetens utvidgade mätosäkerhet,
  - angivande av mätosäkerhet,
  - steg för steg beskrivning av tillvägagångssättet vid beräkning av mätosäkerhet.

I tilläggsdokument kommer det att ges exempel som visar metodens tillämpning i olika områden. Utvärdering av mätosäkerhet behandlas också i flera EAL-dokument som ger råd beträffande kalibreringsmetoder och några av dessa dokument innehåller särskilda exempel för beräkning av mätosäkerhet.

- 1.3 **Den bästa mätförmågan** (som alltid avser en s.k. särskild storhet, nämligen mätstorheten) definieras inom EAL som den minsta mätosäkerhet som ett laboratorium kan nå inom ramen för sin ackreditering, när det utför mer eller mindre rutinmässiga kalibreringar av nästan idealiska mätnormaler som är avsedda att definiera, materialisera, bevara eller reproducera en enhet av denna storhet eller en eller flera värden av den, eller när det utför mer eller mindre rutinmässiga kalibreringar av nästan idealiska mätinstrument avsedda för mätning av denna storhet. Bedömning av bästa mätförmågan för ackrediterade kalibreringslaboratorier måste baseras på den metod som beskrivs i detta dokument men skall vanligen stödjas eller bekräftas genom experiment. I Bilaga A ges några ytterligare förklaringar för att hjälpa ackrediteringsorgan med deras bedömning av bästa mätförmåga.

## 2 Grundprinciper och definitioner

Anmärkning: Termer som är speciellt viktiga för förståelsen av huvudtexten ges i **fetstil** när de uppträder för första gången i detta dokument. Bilaga B innehåller en ordlista över dessa termer med hänvisningar till källdokument från vilka definitionerna har tagits.

- 2.1 Angivelsen av ett mätresultat är fullständig endast om den innehåller både det värde som mätstorheten har tilldelats och mätosäkerheten förknippad med detta värde. Alla storheter som inte är exakt kända behandlas som **stokastiska variabler** i detta dokument. De innefattar influensstorheter som kan påverka det uppmätta värdet.
- 2.2 Mätosäkerhet är en parameter som tillhör ett mätresultat och som beskriver spridningen av värden som rimligen kan tillskrivas mätstorheten [2]. I detta dokument används kortformen **osäkerhet** istället för **mätosäkerhet** om ingen risk för missförstånd föreligger. I bilaga C förtecknas typiska källor till osäkerhet i en mätning.
- 2.3 Mätstorheter är särskilda storheter som är föremål för mätning. Vid kalibrering har man vanligen att göra med endast *en* mätstorhet eller **utstorhet**  $Y$  som beror på ett antal **instorheter**  $X_i$  ( $i = 1, 2, \dots, N$ ) enligt funktionssambandet

$$Y = f(X_1, X_2, \dots, X_N) \quad (2.1)$$

Modellfunktionen  $f$  representerar mätmetoden och utvärderingsmetoden. Den beskriver hur värden av utstorheten  $Y$  erhålls från värden av instorheterna  $X_i$ . I flertalet fall är detta ett analytiskt uttryck men det kan också vara en grupp av sådana uttryck som innehåller korrektionstermer och korrektionsfaktorer för systematiska effekter. Detta kan resultera i ett mera komplicerat samband som inte anges som en explicit funktion. Dessutom kan  $f$  vara bestämd genom experiment eller existera endast i form av en algoritm i ett beräkningsprogram som måste utvärderas numeriskt. Funktionen  $f$  kan också vara en kombination av de olika möjligheterna.

- 2.4 Instorheterna  $X_i$  kan uppdelas i två kategorier beroende på det sätt på vilket storhetsvärdet och den tillhörande mätosäkerheten har bestämts:
- storheter vars skattning och tillhörande osäkerhet har bestämts direkt i den löpande mätprocessen. Sådana värden kan erhållas t.ex. från en enstaka observation, upprepade observationer eller från en bedömning som är baserad på erfarenhet. De kan innefatta bestämning av korrektioner till mätdons avläsning och korrektioner för influensstorheter, t ex omgivningstemperatur, lufttryck eller fuktighet;
  - storheter vars skattning och tillhörande osäkerhet har tillförts mätprocessen utifrån, såsom storheter som hör till kalibrerade mätnormaler som används i mätprocessen, certifierade referensmaterial eller referensdata erhållna från handböcker.
- 2.5 Genom att använda **skattningar av instorheterna**,  $x_i$ , som värden för instorheterna  $X_i$  i ekv. (2.1), får man en skattning av mätstorheten  $Y$ , dvs en **skattning av utstorheten**, betecknad  $y$ ,

$$y = f(x_1, x_2, \dots, x_N) \quad (2.2)$$

Man utgår ifrån att de värden som används för instorheterna är deras mest tillförlitliga skattningar, korrigerade för alla för modellen signifikanta effekter. Om så inte är fallet, har korrekationer beaktats som separata instorheter.

- 2.6 För en stokastisk variabel används **variansen** av variabelns fördelning eller den positiva kvadratroten av variansen, som kallas **standardavvikelse**, som mått på värdenas spridning. Den **standardmätosäkerhet** (i stället för denna otympliga term kan på svenska termen **standardiserad mätosäkerhet** eller, om risk för missförstånd inte föreligger, termen **standardosäkerhet** användas) som förknippas med skattningen av utstorheten, dvs. med mätresultatet  $y$ , och som betecknas  $u(y)$ , är standardavvikelsen av mätstorheten  $Y$ . Den måste bestämmas med hjälp av skattningarna  $x_i$  av instorheterna  $X_i$  och de tillhörande standardosäkerheterna  $u(x_i)$ . Standardosäkerheten som hör till en skattning har samma dimension som skattningen. Ibland kan den **relativa standardmätosäkerheten** vara mera tillämplig. Den är kvoten av standardosäkerheten som hör till skattningen och absolutbeloppet av denna skattning och är därmed dimensionslös. Detta begrepp kan inte tillämpas om skattningen är noll.

### 3 Utvärdering av mätosäkerheten av instorheternas skattningar

#### 3.1 Allmänna överväganden

- 3.1.1 Mätosäkerheten som tillskrivs instorheter utvärderas enligt utvärderingsmetod av ”typ A” eller av ”typ B”. **Utvärderingsmetod A för standardosäkerhet** är en utvärderingsmetod som baseras på en statistisk analys av en observationsserie. I detta fall är standardmätosäkerheten standardavvikelsen av ett medelvärde av observationsserien, erhållet genom ett förfarande för medelvärdesbildning eller en lämplig regressionsanalys. **Utvärderingsmetod B för standardosäkerhet** är en utvärderingsmetod som tillämpar andra förfaranden än statistisk analys av en serie observationer. I detta fall grundas utvärderingen av mätosäkerhet på annan faktakunskap.

Anmärkning: Det kan förekomma, dock sällan vid kalibrering, att alla värden av en storhet som är möjliga ligger på ena sidan av ett gränsvärde. Ett välkänt fall är det så kallade cosinusfelet. För behandling av sådana specialfall hänvisas till GUM [1].

#### 3.2 Utvärderingsmetod A för standardosäkerhet

- 3.2.1 Utvärderingsmetod A för standardosäkerhet kan tillämpas när flera oberoende observationer har gjorts för en av instorheterna under oförändrade mätbetingelser. Om mätprocessen har tillräcklig upplösning kommer de erhållna värdena att uppvisa en spridning.

3.2.2 Antag att den upprepade gånger mätta instorheten  $X_i$  är storheten  $Q$ . Med  $n$  statistiskt oberoende observationer ( $n > 1$ ) är skattningen  $\bar{q}$  av storheten  $Q$ , det **aritmetiska medelvärdet** av de individuella observerade värdena  $q_j$  ( $j = 1, 2, \dots, n$ ), dvs.

$$\bar{q} = \frac{1}{n} \sum_{j=1}^n q_j \quad (3.1)$$

Mätosäkerheten som tilldelas skattningen  $\bar{q}$  utvärderas enligt en av följande metoder:

- (a) En skattning av den underliggande sannolikhetsfördelningens varians är **mätseriens varians**  $s^2(q)$ , baserad på värdena  $q_j$ . Den ges av

$$s^2(q) = \frac{1}{n-1} \sum_{j=1}^n (q_j - \bar{q})^2 \quad (3.2)$$

Dess (positiva) kvadratrot kallas **mätseriens standardavvikelse**. Den bästa skattningen av variansen av ett aritmetiskt medelvärde,  $\bar{q}$ , är **variansen av mätseriens medelvärde**. Den ges av

$$s^2(\bar{q}) = \frac{s^2(q)}{n} \quad (3.3)$$

Dennas (positiva) kvadratrot kallas **standardavvikelsen av mätseriens medelvärde**. Standardosäkerheten  $u(\bar{q})$  som tilldelas skattningen av instorheten  $\bar{q}$  är medelvärdets standardavvikelse,

$$u(\bar{q}) = s(\bar{q}) \quad (3.4)$$

Varning: Om antalet  $n$  av upprepade mätningar är litet ( $n < 10$ ), måste man vanligen undersöka tillförlitligheten av typ A utvärderingar av osäkerhet som har gjorts enligt ekv. (3.4). Om antalet observationer inte kan ökas måste man tillämpa andra i texten givna metoder för utvärdering av standardosäkerhet.

- (b) För en mätning som är välkarakteriserad och under statistisk kontroll kan en kombinerad eller **poolad skattning av variansen**,  $s_p^2$  (index p från engelskans *pooled*), vara tillgänglig. (*Översättarens not: Svenska mättekniker har sedan länge använt ordet "poolad" för detta begrepp. Därför kommer vi inte att ge den en ny benämning.*) Den kan karakterisera spridningen bättre än den skattade standardavvikelsen som fås ur ett begränsat antal observationer. I detta fall bestäms värdet av instorheten  $Q$  som medelvärdet  $\bar{q}$  av ett litet antal  $n$  oberoende observationer, medan medelvärdets varians skattas ur

$$s^2(\bar{q}) = \frac{s_p^2}{n} \quad (3.5)$$

Standardosäkerheten härleds ur detta värde med hjälp av ekv. (3.4).

### 3.3 Utvärderingsmetod B för standardosäkerhet

3.3.1 Utvärderingsmetod B för standardosäkerhet innebär att den mätosäkerhet som tillskrivs skattningen  $x_i$  av en instorhet  $X_i$  sker på annat sätt än genom statistisk analys av en mätserie. Standardosäkerheten  $u(x_i)$  utvärderas genom bedömning av fakta, baserad på all tillgänglig information om den möjliga variabiliteten av  $X_i$ . Värden som hör till denna kategori kan erhållas från

- tidigare mätdata,
- erfarenhet eller tidigare kunskap om berörda materials och instruments uppträdande och egenskaper,
- tillverkarens specifikationer,
- uppgifter erhållna från kalibreringsbevis och andra bevis,
- osäkerheter som tilldelas referensdata från handböcker.

3.3.2 En riktig användning av tillgänglig information för utvärderingsmetod B för standardmätosäkerhet kräver förståelse baserad på erfarenhet och allsidiga kunskaper. Det är en färdighet som kan läras genom praktik. En välgrundad utvärdering av mätosäkerhet enligt utvärderingsmetod B kan vara väl så tillförlitlig som en utvärdering enligt metod A, speciellt i en mätsituation där den senare metoden är baserad på ett jämförelsevis litet antal statistiskt oberoende observationer. Följande fall måste särskiljas:

- (a) Om endast ett **enstaka värde** är känt för storheten  $X_i$ , dvs. ett enstaka mätvärde, ett resulterande värde från en tidigare mätning, ett referensvärde från litteraturen eller ett korrektionsvärde, används detta värde för  $x_i$ . Om standardosäkerheten  $u(x_i)$  som tillskrivs  $x_i$  är given måste det givna värdet användas. Om uppgifter av detta slag saknas måste osäkerheten utvärderas erfarenhetsmässigt.
- (b) Om en **sannolikhetsfördelning** kan antas för storheten  $X_i$ , baserad på teori eller erfarenhet, skall fördelningens väntevärde och kvadratroten ur variansen tas som skattningen  $x_i$  respektive den tillhörande standardosäkerheten  $u(x_i)$ .
- (c) Om endast **övre och undre gränser**  $a_+$  och  $a_-$  kan skattas för storheten  $X_i$  (t.ex. tillverkarens specifikationer för ett mätinstrument, ett temperaturområde, ett avrundnings- eller trunkeringsfel p.g.a. automatiserad databehandling), antas för den möjliga variabiliteten av instorheten  $X_i$  en sannolikhetsfördelning med konstant sannolikhet mellan dessa gränser (en jämn eller rektangulär fördelning). Enligt ovanstående fall (b) leder detta till

$$x_i = \frac{1}{2}(a_+ + a_-) \tag{3.6}$$

för det skattade värdet och

$$u^2(x_i) = \frac{1}{12}(a_+ - a_-)^2 \tag{3.7}$$

för standardosäkerhetens kvadrat. Om skillnaden mellan gränsvärdena betecknas  $2a$ , ger ekv. (3.7)



$$u^2(x_i) = \frac{1}{3}a^2 \quad (3.8)$$

Den jämna fördelningen är en rimlig beskrivning i sannolikhetstermer av vår otillräckliga kunskap om instorheten  $X_i$  vid avsaknad av all annan information än gränserna för dess variabilitet. Men skulle det vara känt att det är troligare att storhetens värden är i närheten av variabilitetsintervallets mitt än vid dess gränser, kan en triangulär fördelning eller en normalfördelning vara en bättre modell. Å andra sidan, om värden i närheten av gränserna är troligare än värden kring mitten kan en U-formig fördelning vara lämpligare.

## 4 Beräkning av standardosäkerhet för utstorhetens skattning

- 4.1 Kvadraten på den standardosäkerhet som förknippas med utstorhetens skattning  $y$ , ges av

$$u^2(y) = \sum_{i=1}^N u_i^2(y) \quad (4.1)$$

för okorrelerade instorheter.

Anmärkning: Det finns fall, dock sällan vid kalibrering, där modellfunktionen är kraftigt icke-linjär eller där några känslighetsfaktorer [se ekv. (4.2) och (4.3)] försvinner och där sålunda högre ordningens termer måste inkluderas i ekv. (4.1). För behandlingen av dessa specialfall hänvisas till GUM [1].

Standardosäkerheten tillhörande skattningen av instorheten,  $x_i$ , bidrar till standardosäkerheten tillhörande skattningen av utstorheten,  $y$ , med storheten  $u_i(y)$  ( $i = 1, 2, \dots, N$ ). Denna uttrycks enligt

$$u_i(y) = c_i u(x_i) \quad (4.2)$$

där  $c_i$  är **känslighetsfaktorn** tillhörande instorhetens skattning  $x_i$ , dvs. den partiella derivatan av modellfunktionen  $f$  med avseende på  $X_i$ , beräknad vid instorheternas skattningar  $x_i$ , dvs.

$$c_i = \frac{\partial f}{\partial x_i} = \frac{\partial f}{\partial X_i} \Big|_{X_1=x_1 \dots X_N=x_N} \quad (4.3)$$

- 4.2 Känslighetsfaktorn  $c_i$  beskriver hur kraftigt utstorhetens skattning  $y$  påverkas av ändringar i den berörda instorhetens skattning  $x_i$ . Den kan bestämmas ur modellfunktionen  $f$  med hjälp av ekv. (4.3). Den kan också bestämmas via numeriska metoder, dvs. genom att beräkna den ändring i utstorhetens skattning  $y$  som orsakas av ändringarna  $+u(x_i)$  och  $-u(x_i)$  i instorhetens skattning  $x_i$ . Den resulterande differensen i  $y$  dividerad med  $2u(x_i)$  tas som värde på  $c_i$ . Ibland kan det vara lämpligare att erhålla ändringen i utstorhetens skattning  $y$  experimentellt genom att upprepa mätningen vid t.ex.  $x_i \pm u(x_i)$ .

- 4.3 Medan  $u(x_i)$  är alltid positiv, kan bidraget  $u_i(y)$  enligt ekv. (4.2) vara antingen positivt eller negativt, beroende på tecknet av känslighetsfaktorn  $c_i$ . Tecknet av  $u_i(y)$  måste beaktas för korrelerade instorheter, se ekv. (D4) i bilaga D.
- 4.4 Om modellfunktionen  $f$  är summan eller skillnaden av instorheterna  $X_i$ , dvs.

$$f(X_1, X_2, \dots, X_N) = \sum_{i=1}^N p_i X_i \quad (4.4)$$

ges utstorhetens skattning enligt ekv. (2.2) av den motsvarande summan eller skillnaden av instorheternas skattningar,

$$y = \sum_{i=1}^N p_i x_i \quad (4.5)$$

medan känslighetsfaktorerna är  $p_i$  och ekv. (4.1) övergår till

$$u^2(y) = \sum_{i=1}^N p_i^2 u^2(x_i) \quad (4.6)$$

- 4.5 Om modellfunktionen  $f$  är produkten eller kvoten av instorheterna  $X_i$ , dvs.

$$f(X_1, X_2, \dots, X_N) = c \prod_{i=1}^N X_i^{p_i} \quad (4.7)$$

är utstorhetens skattning återigen den motsvarande produkten eller kvoten av instorheternas skattningar,

$$y = c \prod_{i=1}^N x_i^{p_i} \quad (4.8)$$

I detta fall är känslighetsfaktorerna  $p_i y / x_i$  och ett med ekv. (4.6) analogt uttryck kan erhållas från ekv. (4.1) om man använder relativa standardosäkerheter  $w(y) = u(y) / |y|$  och  $w(x_i) = u(x_i) / |x_i|$ , dvs.

$$w^2(y) = \sum_{i=1}^N p_i^2 w^2(x_i) \quad (4.9)$$

- 4.6 Om två instorheter  $X_i$  och  $X_k$  är i någon mån **korrelerade**, dvs. om de är på något sätt ömsesidigt beroende, måste även deras **kovarians** beaktas som ett osäkerhetsbidrag. Se bilaga D för detaljer. Förmågan att beakta effekten av korrelationer beror på kännedomen av mätprocessen och på bedömningen av instorheternas ömsesidiga beroenden. Det är viktigt att komma ihåg att försummade korrelationer mellan instorheter i allmänhet leder till felaktig utvärdering av mätstorhetens standardosäkerhet.
- 4.7 Kovariansen tillhörande skattningarna av två instorheter  $X_i$  och  $X_k$  kan anses vara noll eller behandlas såsom oväsentlig om
- (a) instorheterna  $X_i$  och  $X_k$  är oberoende, till exempel därför att de har mätts upprepade gånger men inte samtidigt i skilda experiment eller därför att de

representerar storheter erhållna i skilda utvärderingar som är gjorda oberoende av varandra, eller om

- (b) endera av instorheterna  $X_i$  eller  $X_k$  kan betraktas som en konstant, eller om
- (c) en gjord undersökning ger ingen information som antyder att det finns en korrelation mellan instorheterna  $X_i$  och  $X_k$ .

Korrelationer kan ibland elimineras genom ett lämpligt val av modellfunktionen.

- 4.8 Osäkerhetsanalysen av en mätning – ibland kallad osäkerhetsbudgeten av en mätning – bör innefatta en förteckning av alla osäkerhetskällor tillsammans med de tillhörande standardosäkerheterna och deras utvärderingsmetoder. För upprepade mätningar måste även observationernas antal  $n$  anges. För klarhets skull rekommenderas att uppgifter som hör till denna analys ges i form av en tabell. I en sådan tabell bör alla fysikaliska storheter anges med sin symbol  $X_i$  eller med en kort identifikation. För var och en av dem bör man åtminstone ange skattningen  $x_i$ , den associerade standardmätosäkerheten  $u(x_i)$ , känslighetsfaktorn  $c_i$  och de tillhörande mätosäkerhetsbidragen  $u_i(y)$ . Numeriska värden i tabellen skall åtföljas av relevant enhet.
- 4.9 Ett formellt exempel av en sådan uppställning som är tillämplig för okorrelerade instorheter ges i tabell 4.1. Standardosäkerheten  $u(y)$ , som förknippas med mätresultatet, ges i det nedre högra hörnet av tabellen och är kvadratroten ur summan av kvadraterna på alla osäkerhetsbidragen i kolumnen längst till höger. Tabellens skuggade del fylls inte i.

**Tabell 4.1:** Schemat för en metodisk uppställning av storheter, skattningar, standardosäkerheter, känslighetsfaktorer och osäkerhetsbidrag för användning vid analys av mätosäkerhet

storhet	skattning	standardmät- osäkerhet	känslighets- faktor	bidrag till standardmätosäkerhet
$X_i$	$x_i$	$u(x_i)$	$c_i$	$u_i(y)$
$X_1$	$x_1$	$u(x_1)$	$c_1$	$u_1(y)$
$X_2$	$x_2$	$u(x_2)$	$c_2$	$u_2(y)$
⋮	⋮	⋮	⋮	⋮
$X_N$	$x_N$	$u(x_N)$	$c_N$	$u_N(y)$
$Y$	$y$			$u(y)$

## 5 Utvidgad mätosäkerhet

- 5.1 Inom EAL har man bestämt att kalibreringslaboratorier ackrediterade av EAL:s medlemmar skall ange en **utvidgad mätosäkerhet**,  $U$ , som erhålls genom att multiplicera standardmätosäkerheten  $u(y)$  av utstorhetens skattning  $y$  med en **täckningsfaktor**  $k$ ,

$$U = ku(y) \quad (5.1)$$

Om mätstorheten kan antas vara normalfördelad (följa en Gauss-fördelning) och utstorhetens skattning är tillräckligt tillförlitlig skall den standardiserade täckningsfaktorn  $k = 2$  användas. Den tillhörande utvidgade mätosäkerheten motsvarar en **täckningssannolikhet** av ungefär 95 %. Dessa villkor är i allmänhet uppfyllda vid kalibrering.

- 5.2 Antagandet av normalfördelning kan inte alltid bekräftas på ett enkelt sätt genom experiment. Dock gäller det att om flera (dvs.  $N \geq 3$ ) osäkerhetskomponenter som alla härrör från godartade sannolikhetsfördelningar - såsom normalfördelningar eller rektangulära fördelningar - bidrar till standardosäkerheten med jämförbara belopp, är villkoren för centrala gränsvärdesatsen uppfyllda och det kan med hög sannolikhet antas att utstorheten är normalfördelad.
- 5.3 Tillförlitligheten av den standardosäkerhet som tilldelats utstorhetens skattning bestäms av det effektiva antalet frihetsgrader (se bilaga E). Dock är tillförlitlighetskriteriet alltid uppfyllt om inget av osäkerhetsbidragen har erhållits genom att tillämpa utvärderingsmetod A på mindre än tio upprepade observationer.
- 5.4 Om något av dessa villkor (normalfördelning eller tillräcklig tillförlitlighet) inte är uppfyllt kan den standardiserade täckningsfaktorn  $k = 2$  ge en utvidgad mätosäkerhet som svarar mot en täckningssannolikhet av mindre än 95 %. I sådana fall måste andra förfaranden tillämpas för att försäkra sig om att den utvidgade mätosäkerheten anges till samma täckningssannolikhet som i normalfallet. Det är väsentligt att använda ungefär samma täckningssannolikhet när man jämför två mätresultat av samma storhet, t.ex. när man utvärderar resultat av jämförelsemätningar mellan laboratorier eller bedömer överensstämmelse med specifikation.
- 5.5 Även om man kan anta normalfördelning, kan det hända att standardosäkerheten som förknippas med utstorhetens skattning inte är tillräckligt tillförlitlig. Om det inte är ändamålsenligt att öka antalet  $n$  av upprepade mätningar eller använda utvärderingsmetod B istället för utvärderingsmetod A, som i detta fall är mindre tillförlitlig, bör man använda den metod som beskrivs i bilaga E.
- 5.6 För övriga situationer, dvs. alla de fall där normalfördelning inte kan antas, måste den tillgängliga informationen om sannolikhetsfördelningen användas för att erhålla ett värde för täckningsfaktorn  $k$  som svarar mot en täckningssannolikhet av ungefär 95 %.

## 6 Mätosäkerhetsuppgift i kalibreringsbevis

- 6.1 I kalibreringsbevis skall anges det fullständiga mätresultatet i formen  $(y \pm U)$  där  $y$  är mätstorhetens skattning och  $U$  den tillhörande utvidgade mätosäkerheten. Till detta skall fogas en förklarande not som i regel bör ha följande innehåll:

Den angivna utvidgade mätosäkerheten är produkten av standardmätosäkerheten och täckningsfaktorn  $k = 2$ , vilket för en normalfördelning svarar mot en täckningssannolikhet av ungefär 95 %. Standardmätosäkerheten har bestämts i enlighet med EAL:s publikation EAL-R2.

- 6.2 Om man har använt metoden enligt bilaga E bör den förklarande noten ha följande lydelse:

Den angivna utvidgade mätosäkerheten är produkten av standardmätosäkerheten och täckningsfaktorn  $k = XX$ , vilket för en  $t$ -fördelning med effektiva antalet frihetsgrader  $\nu_{\text{eff}} = YY$  svarar mot en täckningssannolikhet av ungefär 95 %. Standardmätosäkerheten har bestämts i enlighet med EAL:s publikation EAL-R2.

- 6.3 Mätosäkerhetens numeriska värde bör ges med högst två signifikanta siffror. Mätresultatets numeriska värde bör i slutangivelsen normalt avrundas till den minst signifikanta siffran i den utvidgade mätosäkerheten. Avrundning skall ske enligt de vanliga avrundningsreglerna (ytterligare uppgifter om avrundning finns i SS-ISO 31-0:1993, bilaga B). Värdet av mätosäkerheten bör dock avrundas uppåt om en avrundning neråt skulle innebära att mätosäkerheten minskas med mer än 5 %.

## 7 Beskrivning av stegen vid beräkning av mätosäkerhet

- 7.1 Följande är en vägledning för användning av detta dokument i praktiken (jmf. exempel i separata tilläggsdokument):

- Uttryck mätstorhetens (utstorhetens)  $Y$  beroende av instorheterna  $X_i$  matematiskt enligt ekv. (2.1). Om det är fråga om direkt jämförelse mellan två normaler kan ekvationen vara mycket enkel, t.ex.  $Y = X_1 + X_2$ .
- Identifiera och tillämpa alla signifikanta korrektioner.
- Förteckna alla källor till mätosäkerhet i form av en mätosäkerhetsanalys i enlighet med avsnitt 4.
- Beräkna standardosäkerheten  $u(\bar{q})$  för skattningar som har bestämts genom upprepade mätningar i enlighet med avsnitt 3.2.
- För enstaka värden, t.ex. värden erhållna från tidigare mätningar, korrektioner eller värden hämtade från litteraturen, ta den standardosäkerhet som är given eller beräkna den enligt punkt 3.3.2 (a). Lagg märke till det sätt på vilket osäkerheten har angetts. Om det inte finns några uppgifter tillgängliga, ange ett värde för  $u(x_i)$  baserat på erfarenhet.
- Beräkna, enligt punkt 3.3.2 (b), väntevärdet och standardosäkerheten  $u(x_i)$  för instorheter vars fördelningsfunktion är känd eller kan antas. Om endast

övre och undre gränser är givna eller kan skattas, beräkna standardosäkerheten  $u(x_i)$  enligt punkt 3.3.2 (c).

- (g) För varje instorhet  $X_i$  beräkna enligt ekv. (4.2) och (4.3) det bidrag  $u_i(y)$  som osäkerheten förknippad med instorhetens skattning  $x_i$  ger till den mätosäkerhet som förknippas med utstorhetens skattning. Addera alla bidrag kvadratisk såsom beskrivs i ekv. (4.1) för att erhålla kvadraten på mätstorhetens standardosäkerhet  $u(y)$ . Om det är känt att instorheterna är korrelerade, tillämpa förfarandet som beskrivs i bilaga D.
- (h) Beräkna den utvidgade mätosäkerheten  $U$  genom att multiplicera standardosäkerheten  $u(y)$  som förknippas med utstorhetens skattning med en täckningsfaktor  $k$  som väljs i enlighet med avsnitt 5.
- (i) Ange i kalibreringsbeviset mätresultatet bestående av mätstorhetens skattning  $y$ , den utvidgade osäkerhet  $U$  som förknippas med denna skattning och täckningsfaktorn  $k$  i enlighet med avsnitt 6.

## 8 Hänvisningar

- [1] *Guide to the expression of uncertainty in measurement* [Vägledning för angivande av mätosäkerhet], första utgåva 1993, korrigerad och nytryckt. International Organization for Standardization (Genève 1995)
- [2] Svensk Standard SS 02 01 06, *Metrologi – Terminologi*, utgåva 4. SIS – Standardiseringskommissionen i Sverige (Stockholm 1995) [Originalversionen av EAL-R2 hänvisar till *International vocabulary of basic and general terms in metrology* (Internationell ordlista över grundläggande och allmänna termer i metrologi), utgåva 2, International Organization for Standardization (Genève 1993). SS 02 01 06 överensstämmer med detta dokument men innehåller vissa kompletterande definitioner och svenska kommentarer.]
- [3] Svensk Standard SS 01 42 01 *Statistik – Terminologi och beteckningar*, utgåva 2. SIS – Standardiseringskommissionen i Sverige (Stockholm 1980). [Originalversionen av EAL-R2 hänvisar till International Standard ISO 3534-1 *Statistics - Vocabulary and symbols - Part I: Probability and General Statistical Terms*, utgåva 1, International Organization for Standardization (Genève, 1993). Detta dokument är en bearbetning av ISO 3534-1977 som har utgjort förlaga till SS 01 42 01 utgåva 2. Där termnummer eller definitioner i ISO 3534-1 skiljer sig från de i SS 01 42 01 ges i bilaga B även hänvisning till ISO 3534-1.]

## Bilaga A

### *Kommentarer till bedömning av bästa mätförmåga*

- A1 Bästa mätförmåga (se avsnitt 1 i huvudtexten) är en av de parametrar som används för att definiera ackrediteringens **omfattning** vid ett kalibreringslaboratorium. De andra är den fysikaliska storheten, kalibreringsmetoden eller typen av kalibreringsobjekt samt mätområdet. Den bästa mätförmågan anges normalt på **ackrediteringsschemat** eller i annan dokumentation som ingår i antingen **ackrediteringsbeslutet** eller **ackrediteringsbeviset** som i många fall utges som bevis på ackreditering. Ibland anges den både i ackrediteringsschemat och i dessa stöddokument. Bästa mätförmåga är en av de väsentliga uppgifterna i de kataloger över ackrediterade kalibreringslaboratorier som ackrediteringsorgan regelbundet ger ut. Dessa kataloger används av ackrediterade laboratoriers potentiella kunder för att bedöma ett laboratoriums lämplighet för att utföra ett givet kalibreringsarbete vid laboratoriet eller i fält.
- A2 För att göra det möjligt att jämföra olika kalibreringslaboratoriers förmåga, särskilt om de är ackrediterade av olika ackrediteringsorgan, måste bästa mätförmåga anges på ett harmoniserat sätt. För att underlätta detta ges nedan några förklaringar till begreppet bästa mätförmåga med utgångspunkt i dess definition såsom den är given i huvudtexten.
- A3 Med ”mer eller mindre rutinmässiga kalibreringar” menas att laboratoriet skall kunna uppnå den angivna bästa mätförmågan i sitt **normala** arbete under ackrediteringen. Uppenbarligen finns det situationer där laboratoriet skulle kunna nå bättre resultat om det gjorde omfattande undersökningar och vidtog extra försiktighetsåtgärder men dessa fall omfattas inte av definitionen av bästa mätförmåga med mindre än att det är laboratoriets uttalade policy att utföra sådana vetenskapliga undersökningar (i vilket fall dessa *är* laboratoriets ”mer eller mindre rutinmässiga” kalibreringar).
- A4 Bestämningen ”nästan ideal” i definitionen utsäger att bästa mätförmåga inte bör vara beroende av kalibreringsobjektets egenskaper. Därmed innebär begreppet ”nästan ideal” att fysikaliska effekter som kan tillskrivas kalibreringsobjektets ofullkomlighet inte bör ge påtagliga bidrag till mätosäkerheten. Dock utgår man ifrån att sådana objekt existerar. Om det är fastställt att i ett särskilt fall även det mest ”ideala” objektet som är tillgängligt bidrar till mätosäkerheten måste detta bidrag inkluderas i bestämningen av bästa mätförmåga och uppgift lämnas att bästa mätförmåga avser kalibrering av detta slags instrument.
- A5 Definitionen av bästa mätförmåga innebär att laboratoriet **inom sin ackreditering** inte får ange lägre mätosäkerhet än den bästa mätförmågan. Därmed måste laboratoriet ange en större mätosäkerhet än den som svarar mot den bästa mätförmågan närhelst det är klarlagt att den aktuella kalibreringsprocessen bidrar väsentligt till mätosäkerheten. Ofta kan kalibreringsobjektet ge ett sådant bidrag. Uppenbarligen kan den **aktuella** mätosäkerheten aldrig vara mindre än den bästa mätförmågan. Ackrediteringsorganet måste kräva att laboratoriet vid angivande av den verkliga osäkerheten tillämpar principerna i detta dokument.

- A6 Det bör påpekas att enligt definitionen av bästa mätförmåga är detta begrepp tillämpligt endast för de resultat för vilka laboratoriet åberopar sin status som ackrediterat laboratorium. Termen är således egentligen av administrativ karaktär och behöver inte nödvändigtvis återge laboratoriets verkliga tekniska förmåga. Det bör vara möjligt för ett laboratorium att ansöka för ackreditering med en större mätosäkerhet än vad som betingas av dess tekniska förmåga om laboratoriet har interna skäl för detta. Sådana interna skäl omfattar vanligen fall där den verkliga förmågan måste hemlighållas gentemot externa uppdragsgivare, t.ex. i samband med forskning och utveckling eller när man betjänar speciella uppdragsgivare. Ackrediteringsorganets policy bör vara att ge ackreditering på vilken som helst nivå om laboratoriet är kapabelt att utföra kalibreringar på denna nivå. (Denna synpunkt gäller inte enbart bästa mätförmåga utan alla parametrar som definierar ackrediteringens omfattning vid ett kalibreringslaboratorium.)
- A7 Bedömning av bästa mätförmåga är ackrediteringsorganets uppgift. Utvärdering av den mätosäkerhet som definierar bästa mätförmågan bör följa tillvägagångssättet som beskrivs i detta dokument, med undantag av det fall som behandlades i föregående punkt. Bästa mätförmåga måste anges på samma nivå som krävs för kalibreringsbevis, dvs. som utvidgad mätosäkerhet, i normalfallet med täckningsfaktorn  $k = 2$ . (Endast i sådana undantagsfall där normalfördelning inte kan antas eller där bedömningen är baserad på begränsade uppgifter måste man särskilt se till att bästa mätförmåga motsvarar en täckningssannolikhet av ungefär 95 %. Se vidare avsnitt 5 i huvudtexten.)
- A8 Alla komponenter som bidrar väsentligt till mätosäkerheten måste beaktas när man utvärderar bästa mätförmågan. Bidrag som är kända för att variera med tiden eller med någon annan fysikalisk storhet kan utvärderas utifrån gränsvärden på deras möjliga variationer som kan antas inträffa under normala arbetsbetingelser. Om det till exempel är känt att den använda arbetsnormalen driver, måste bidraget som förorsakas av driften mellan kalibreringstillfällena beaktas när man utvärderar mätosäkerhetsbidraget från arbetsnormalen.
- A9 Inom vissa områden kan mätosäkerheten bero på någon ytterligare parameter, t.ex. frekvensen av pålagd spänning när man kalibrerar resistorer. Sådana tilläggsparametrar måste anges tillsammans med den aktuella fysikaliska storheten och den bästa mätförmågan måste specificeras för tilläggsparametrarna. Detta kan ofta ske genom att ange den bästa mätförmågan som funktion av dessa parametrar.
- A10 Bästa mätförmåga bör vanligen anges numeriskt. Om den bästa mätförmågan är en funktion av den avsedda storheten (eller någon annan parameter) kan den ges i analytisk form men då kan det vara belysande att stödja uppgiften med ett diagram. Det bör alltid vara entydigt klart om bästa mätförmåga är given som en absolut eller en relativ storhet. (Vanligen ger den tillfogade enheten den nödvändiga förklaringen men när det gäller dimensionslösa storheter måste en särskild uppgift ges.)



- A11 Även om bedömningen bör baseras på tillvägagångssättet i detta dokument återfinns i huvudtexten kravet att bedömningen vanligen skall ”stödjast eller bekräftas genom experiment”. Detta krav betyder att ackrediteringsorganet inte bör nöja sig med en utvärdering av mätosäkerhet utan genomföra själv eller låta andra genomföra kalibreringsjämförelser mellan laboratorier för att bestyrka resultaten av utvärderingarna.

## Bilaga B

### *Ett urval av termer*

[Översättarens not: De dokument från vilka definitionerna i originalversionen är hämtade framgår av förklaringarna till hänvisningarna i avsnitt 8. Här används de svenska definitioner som återfinns i källdokumentens svenska motsvarigheter där de existerar ([2], [3]). Svenska benämningar av de termer (B2, B6, B7, B9, B10, B11, B14, B16, B19, B20, B22, B23 och B24) som inte återfinns i svensk standard är tentativa. Termerna återges även på engelska (E). I originalet är termerna ordnade alfabetiskt enligt sina engelska benämningar. Originalets ordningsföljd har bibehållits.]

**B1 aritmetiskt medelvärde** ([3] term 2.26)

*E arithmetic mean*

summan av ett antal värden dividerat med detta antal

**B2 bästa mätformåga** (avsnitt 1)

*E best measurement capability*

den minsta mätosäkerhet som ett laboratorium kan nå inom ramen för sin ackreditering, när det utför mer eller mindre rutinmässiga kalibreringar av nästan idealiska mätnormaler som är avsedda att definiera, materialisera, bevara eller reproducera en enhet av denna storhet eller en eller flera värden av den, eller när det utför mer eller mindre rutinmässiga kalibreringar av nästan idealiska mätinstrument avsedda för mätning av denna storhet

**B3 korrelation** ([3] term 1.10)

*E correlation*

graden av samvariation mellan två eller flera stokastiska variabler [ISO 3534-1 (term 1.13) och därmed originalutgåvan av EAL-R2 har en något annorlunda definition: sambandet mellan två eller flera stokastiska variabler inom en fördelning av två eller flera stokastiska variabler]

**B4 korrelationskoefficient** (från [1] avsnitt C.3.6)

*E correlation coefficient*

mått på två stokastiska variablers relativa ömsesidiga beroende, lika med kvoten av deras kovarians och kvadratroten av produkten av deras varianser

**B5 kovarians** (från [1] avsnitt C.3.4)

*E covariance*

mått på två stokastiska variablers ömsesidiga beroende, lika med väntevärdet av produkten av avvikelserna av två stokastiska variabler från sina respektive väntevärden

**B6 täckningsfaktor** ([1] term 2.3.6)

*E coverage factor*

en numerisk faktor med vilken standardmätosäkerheten multipliceras för att erhålla den utvidgade mätosäkerheten

**B7 täckningssannolikhet** (från [1] term 2.3.5, Anmärkning 1)

*E coverage probability*

andel, vanligen stor, av fördelningen av värden som på grund av en mätning rimligen kan tillskrivas mätstorheten

**B8 standardavvikelse (för en mätserie)** ([2] term 3.8)

*E experimental standard deviation*

positiva kvadratroten ur en mätseries varians

[den egentliga definitionen i [3] och i dess förlaga är: för en serie av  $n$  mätningar av samma mätstorhet, det mått,  $s$ , på mätvärdenas spridning som ges av formeln

$$s = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2}{n-1}}$$

där  $x_i$  är resultatet av  $i$ :te mätningen och  $\bar{x}$  medelvärdet av de  $n$  mätningarna]

**B9 utvidgad mätosäkerhet** ([1] term 2.3.5)

*E expanded uncertainty*

storhet som kring ett mätresultat definierar ett intervall som kan förväntas omsluta en stor andel av fördelningen av värden som rimligen kan tillskrivas mätstorheten

**B10 varians (för en mätserie)** (från [1] avsnitt 4.2.2)

*E experimental variance*

storhet som kännetecknar spridningen av resultaten av en serie av  $n$  mätningar av samma mätstorhet och som ges av ekv. (3.2) i texten

**B11 instorhetens skattning** (från [1] avsnitt 4.1.4)

*E input estimate*

skattning av instorhet som används i utvärdering av ett mätresultat

**B12 instorhet** (från [1] avsnitt 4.1.2)

*E input quantity*

storhet som påverkar mätstorheten och som man tar hänsyn till i utvärderingsprocessen av ett mätresultat

**B13 mätstorhet** ([2] term 2.6)

*E measurand*

särskild storhet som är mål för mätning

**B14 utstorhetens skattning** (från [1] avsnitt 4.1.4)

*E output estimate*

mätresultat beräknat från instorheternas skattningar med hjälp av modellfunktionen

**B15 utstorhet** (från [1] avsnitt 4.1.2)

*E output quantity*

storhet som representerar mätstorheten vid utvärdering av mätning

**B16 poolad skattning av varians** (från [1] avsnitt 4.2.4)

*E pooled estimate of variance*

skattning av en mätseries varians erhållen från långa mätserier av samma mätstorhet i välkarakteriserade mätningar gjorda under statistisk kontroll

- B17 sannolikhetsfördelning** ([3] term 1.2)  
*E probability distribution*  
funktion som för varje delmängd av variabelns värdemängd anger sannolikheten att den stokastiska variabeln antar sitt värde i delmängden  
[ISO 3534-1 (term 1.3) och därmed originalutgåvan av EAL-R2 har en något annorlunda definition: funktion som ger sannolikheten för att en stokastisk variabel antar ett givet värde eller hör till en given grupp av värden]
- B18 stokastisk variabel** ([3] term 1.1)  
*E random variable*  
storhet som kan anta numeriska värden i en specificerad mängd (värdemängden) och till vilken hör en sannolikhetsfördelning  
[originalutgåvan av EAL-R2 hänvisar till ISO 3534-1 term 1.2]
- B19 relativ standard(mät)osäkerhet** (från [1] avsnitt 5.1.6)  
*E relative standard uncertainty of measurement*  
en storhets standardmätosäkerhet dividerad med storhetens skattning
- B20 känslighetsfaktor förknippad med skattning en av en instorhet** (från [1] avsnitt 5.1.3)  
*E sensitivity coefficient associated with an input estimate*  
differentiell ändring i utstorhetens skattning på grund av differentiell ändring av en instorhets skattning dividerad med ändringen i denna instorhets skattning
- B21 standardavvikelse** (från [3] term 1.17)  
*E standard deviation*  
positiva kvadratroten ur variansen för en stokastisk variabel  
[originalutgåvan av EAL-R2 hänvisar till ISO 3534-1 term 1.23]
- B22 standard(mät)osäkerhet** ([1] term 2.3.1)  
*E standard uncertainty of measurement*  
mätosäkerhet uttryckt som standardavvikelse
- B23 utvärderingsmetod A** ([1] term 2.3.2)  
*E type A evaluation method*  
metod för utvärdering av mätosäkerhet genom statistisk analys av en mätserie
- B24 utvärderingsmetod B** ([1] term 2.3.3)  
*E Type B evaluation method*  
metod för utvärdering av mätosäkerhet genom andra förfaranden än statistisk analys av en mätserie

**B25 mätosäkerhet** ([2] term 3.9)

*E uncertainty of measurement*

parameter som är förbunden med mätresultatet och som kännetecknar spridningen av värden som rimligen kan tillskrivas mätstorheten

**B26 varians** (från [3] term 1.16)

*E variance*

väntevärdet för kvadraten på skillnaden av en stokastisk variabel och dess väntevärde

[originalutgåvan av EAL-R2 hänvisar till ISO 3534-1 term 1.22]

## Bilaga C

### *Mätosäkerhetskällor*

- C1** Mätosäkerheten av ett mätresultat återspeglar förhållandet att vi inte har fullständig kunskap om den mätta storhetens värde. Fullständig kunskap förutsätter en oändlig mängd information. Företeelser som bidrar till mätosäkerheten och således till förhållandet att mätresultatet inte kan karakteriseras med ett unikt värde kallas mätosäkerhetskällor. I verkligheten är många mätosäkerhetskällor tänkbara vid en mätning [1]. De innefattar
- (a) ofullständig definition av mätstorheten
  - (b) bristfälligt förverkligande av mätstorhetens definition
  - (c) icke-representativ sampling – det för mätningen uttagna samplet är inte representativt för den definierade mätstorheten
  - (d) ofullständigt kända effekter av miljöparametrar eller bristfälligheter vid deras mätning
  - (e) personberoende avläsningsfel av mätton med analog visning
  - (f) ändlig upplösning hos ett mätton eller förekomsten av en detektionströskel
  - (g) felaktiga värden för normaler och referensmaterial
  - (h) felaktiga värden av konstanter och andra parametrar som erhållits från externa källor och som används i databehandlingsalgoritmen
  - (i) approximationer och antaganden som ingår i mätmetoden och mätrutinen
  - (j) variationer i upprepade observationer av mätstorheten under till synes identiska betingelser.
- C2** Dessa källor är inte nödvändigtvis oberoende. Några av källorna (a) till (i) kan bidra till (j).

## Bilaga D

### Korrelerade instorheter

- D1** Om det är känt att två instorheter  $X_i$  och  $X_k$  är i viss mån korrelerade – dvs. om de är beroende av varandra på ett eller annat sätt – måste **kovariansen**

$$u(x_i, x_k) = u(x_i)u(x_k)r(x_i, x_k) \quad (i \neq k) \quad (\text{D.1})$$

som förknippas med de två skattningarna  $x_i$  och  $x_k$  beaktas som ett tillkommande bidrag till mätosäkerheten. Korrelationsgraden karakteriseras med **korrelationskoefficienten**  $r(x_i, x_k)$ , där  $i \neq k$  och  $|r| \leq 1$ .

- D2** Har man  $n$  oberoende par av samtidigt upprepade observationer av två storheter  $P$  och  $Q$ , ges kovariansen som förknippas med de aritmetiska medelvärdena  $\bar{p}$  och  $\bar{q}$  av

$$s(\bar{p}, \bar{q}) = \frac{1}{n(n-1)} \sum_{j=1}^n (p_j - \bar{p})(q_j - \bar{q}) \quad (\text{D.2})$$

Genom substitution kan  $r$  beräknas från ekv.(D.1).

- D3** För influensstorheter måste den möjliga korrelationsgraden baseras på erfarenhet. Om korrelation förekommer måste ekv. (4.1) ersättas med

$$u^2(y) = \sum_{i=1}^N c_i^2 u^2(x_i) + 2 \sum_{i=1}^{N-1} \sum_{k=i+1}^N c_i c_k u(x_i, x_k) \quad (\text{D.3})$$

där  $c_i$  and  $c_k$  är känslighetsfaktorer som definieras av ekv. (4.3), eller av

$$u^2(y) = \sum_{i=1}^N u_i^2(y) + 2 \sum_{i=1}^{N-1} \sum_{k=i+1}^N u_i(y) u_k(y) r(x_i, x_k) \quad (\text{D.4})$$

där bidragen  $u_i(y)$  till standardmätosäkerheten av utstorhetens skattning  $y$  härrörande från standardmätosäkerheten av instorhetens skattning  $x_i$ , ges av ekv. (4.2). Det bör påpekas att den andra termsumman i ekv. (D.3) eller (D.4) kan bli negativ.

- D4** I verkligheten kan instorheter ofta vara korrelerade på grund av att samma mätnormal, mätton, referensvärde eller t.o.m. mätmetod med en betydelsefull mätosäkerhet har använts vid deras utvärdering. Utan att förlora i allmängiltighet kan vi anta att två instorheter  $X_1$  och  $X_2$ , som skattas med  $x_1$  och  $x_2$ , beror av en uppsättning oberoende variabler  $Q_l$  ( $l = 1, 2, \dots, L$ ), dvs.

$$\begin{aligned} X_1 &= g_1(Q_1, Q_2, \dots, Q_L) \\ X_2 &= g_2(Q_1, Q_2, \dots, Q_L) \end{aligned} \quad (\text{D.5})$$

varvid alla variabler inte nödvändigtvis behöver ingå i båda funktionerna. Instorheternas skattningar  $x_1$  och  $x_2$  kommer att vara i viss mån korrelerade, även om skattningarna  $q_l$  ( $l = 1, 2, \dots, L$ ) är okorrelerade. Därvid är kovariansen  $u(x_1, x_2)$  som förknippas med skattningarna  $x_1$  och  $x_2$

$$u(x_1, x_2) = \sum_{l=1}^L c_{1l} c_{2l} u^2(q_l) \quad (\text{D.5})$$

där  $c_{1l}$  och  $c_{2l}$  är känslighetsfaktorerna härledda från funktionerna  $g_1$  och  $g_2$  analogt med ekv. (4.3). Kovariansen är noll om ingen variabel är gemensam för funktionerna  $g_1$  och  $g_2$ , eftersom summan endast består av termer för vilka känslighetsfaktorerna inte försvinner. Korrelationskoefficienten  $r(x_1, x_2)$  som förknippas med skattningarna  $x_1$  och  $x_2$  bestäms ur ekv. (D.6) och ekv. (D.1).

- D5** Följande exempel visar korrelationer som uppstår mellan värden som tilldelas två fysiska normaler som har kalibrerats med hjälp av samma referensnormal.

#### *Mätproblemet*

De två normalerna  $X_1$  och  $X_2$  jämförs med referensnormalen  $Q_S$  med hjälp av ett mätsystem med vilken man kan bestämma skillnaden  $z$  i deras värden med en tillhörande standardmätosäkerhet  $u(z)$ . Referensnormalens värde  $q_S$  är känt med standardmätosäkerheten  $u(q_S)$ .

#### *Matematisk modell*

Skattningarna  $x_1$  och  $x_2$  beror av referensnormalens värde  $q_S$  och de observerade skillnaderna  $z_1$  och  $z_2$  enligt sambanden

$$\begin{aligned} x_1 &= q_S - z_1 \\ x_2 &= q_S - z_2 \end{aligned} \quad (\text{D.7})$$

#### *Standardmätosäkerheter och kovarianser*

Skattningarna  $z_1$ ,  $z_2$  och  $q_S$  antas vara okorrelerade eftersom de har bestämts vid skilda mätningar. Standardmätosäkerheter beräknas med hjälp av ekv. (4.4) och kovariansen förknippad med skattningarna  $x_1$  och  $x_2$  med hjälp av ekv. (D.6) under antagandet att  $u(z_1) = u(z_2) = u(z)$ , dvs.

$$\begin{aligned} u^2(x_1) &= u^2(q_S) + u^2(z) \\ u^2(x_2) &= u^2(q_S) + u^2(z) \\ u(x_1, x_2) &= u^2(q_S) \end{aligned} \quad (\text{D.8})$$

Korrelationskoefficienten som erhålls från dessa resultat är

$$r(x_1, x_2) = \frac{u^2(q_S)}{u^2(q_S) + u^2(z)} \quad (\text{D.9})$$

Dess värde varierar mellan 0 och +1 beroende på kvoten av standardmätosäkerheterna  $u(q_S)$  och  $u(z)$ .



- D6** Det fall som beskrivs av ekv. (D.5) utgör exempel på en situation där man, genom ett lämpligt val av modellfunktion, slipper ta hänsyn till korrelation vid utvärdering av standardmätosäkerhet. Genom att ersätta ursprungsvariablerna  $X_1$  och  $X_2$  i modellfunktionen  $f$  med  $Q_l$  ( $l = 1, 2, \dots, L$ ) i enlighet med transformationsekvationerna (D.5) får man nämligen en ny modellfunktion som inte längre innehåller de korrelerade variablerna  $X_1$  och  $X_2$  utan enbart de oberoende variablerna  $Q_l$  ( $l = 1, 2, \dots, L$ ).
- D7** Dock finns det fall där korrelationen mellan två instorheter  $X_1$  och  $X_2$  inte kan undvikas, t.ex. när man använder samma mätton eller samma referensnormal men där transformationsekvationerna till nya oberoende variabler inte är tillgängliga. Om korrelationsgraden dessutom inte är väl känt kan det vara lämpligt att bedöma den maximala påverkan som denna korrelation kan ha genom en skattning av den övre gränsen av mätstorhetens standardmätosäkerhet. Under förutsättning att andra korrelationer inte behöver beaktas får denna övre gräns formen

$$u^2(y) \leq \left( |u_1(y)| + |u_2(y)| \right)^2 + u_r^2(y) \quad (\text{D.10})$$

där  $u_r(y)$  är bidraget till standardmätosäkerheten från alla återstående instorheter som antas vara okorrelerade.

Anmärkning: Ekv. (D.10) kan lätt generaliseras till att omfatta fall med en eller flera grupper med två eller flera korrelerade instorheter. Då måste en särskild summa införas i ekv. (D.10) för att beskriva det värsta fallet i varje grupp av korrelerade storheter.

## Bilaga E

### Täckningsfaktorer erhållna från effektiva antalet frihetsgrader

- E1** Skattning av en täckningsfaktor  $k$  som svarar mot en angiven täckningssannolikhet förutsätter att man tar hänsyn till tillförlitligheten av den standardmätosäkerhet  $u(y)$  som förknippas med utstorhetens skattning  $y$ . Detta innebär att man måste beakta hur väl  $u(y)$  skattar den standardavvikelse som förknippas med mätresultatet. För en skattning av en normalfördelnings standardavvikelse är antalet frihetsgrader, som beror på storleken av det sampel på vilket skattningen är baserad, ett mått på tillförlitligheten. På samma sätt är det effektiva antalet frihetsgrader,  $\nu_{\text{eff}}$ , ett lämpligt mått på tillförlitligheten av den standardmätosäkerhet som förknippas med skattningen av en utstorhet. Ett approximativt värde på det effektiva antalet frihetsgrader får man genom en lämplig kombination av de ingående mätosäkerhetsbidragens  $u_i(y)$  effektiva antal frihetsgrader.
- E2** När villkoren för den centrala gränsvärdessatsen är uppfyllda omfattar tillvägagångssättet för beräkning av en passande täckningsfaktor  $k$  följande tre steg:
- Bestäm standardmätosäkerheten som förknippas med utstorhetens skattning enligt beskrivningen i avsnitt 7.
  - Skatta det effektiva antalet frihetsgrader  $\nu_{\text{eff}}$  för standardmätosäkerheten  $u(y)$  som förknippas med utstorhetens skattning  $y$  med hjälp av Welch-Satterthwaites formel

$$\nu_{\text{eff}} = \frac{u^4(y)}{\sum_{i=1}^N \frac{u_i^4(y)}{\nu_i}}, \quad (\text{E.1})$$

där  $u_i(y)$  ( $i = 1, 2, \dots, N$ ), som definieras genom ekv. (4.2), är bidragen till den standardmätosäkerhet som förknippas med utstorhetens skattning  $y$ , härrörande från standardmätosäkerheten av de enligt antagandet statistiskt oberoende instorheters skattningar  $x_i$ . Storheten  $\nu_i$  är det effektiva antalet frihetsgrader av  $u_i(y)$ .

För en standardmätosäkerhet  $u(\bar{q})$  som erhålls med utvärderingsmetod A enligt avsnitt 3.1 är antalet frihetsgrader  $\nu_i = n - 1$ . Det är svårare att tilldela antalet frihetsgrader till en standardmätosäkerhet  $u(x_i)$  som erhållits med utvärderingsmetod B. Man kan dock utgå ifrån att sådana skattningar görs så att underskattningar i regel undviks. Till exempel, om undre och övre gränser  $a_-$  och  $a_+$  anges, är de vanligen valda så att sannolikheten är utomordentligt liten att ifrågavarande storhetsvärde är utanför dessa gränser. Förutsatt att denna praxis följs, kan man sålunda utgå ifrån att för antalet frihetsgrader av standardmätosäkerheten  $u(x_i)$  som erhållits genom utvärderingsmetod B gäller att  $\nu_i \rightarrow \infty$ .

- Bestäm täckningsfaktorn  $k$  från värden givna i tabell E.1 i denna bilaga. Tabellen är baserad på en  $t$ -fördelning som är utvärderad för en täckningssannolikhet av 95,45 %. Eftersom  $\nu_{\text{eff}}$  vanligtvis inte är ett heltal, avrunda  $\nu_{\text{eff}}$  neråt till närmaste lägre heltal.

**Tabell E.1:** Täckningsfaktorer  $k$  för olika antal effektiva frihetsgrader  $\nu_{\text{eff}}$

$\nu_{\text{eff}}$	1	2	3	4	5	6	7	8	10	20	50	$\infty$
$k$	13,97	4,53	3,31	2,87	2,65	2,52	2,43	2,37	2,28	2,13	2,05	2,00

## **SUPPLEMENT 1**

### **Exempel**

## Innehåll

<b>Avsnitt</b>	<b>Sida</b>
<b>S1 Inledning</b>	<b>30</b>
<b>S2 Kalibrering av en vikt med nominell massa 1 kg</b>	<b>31</b>
<b>S3 Kalibrering av ett normalmotstånd med nominellt värde 10 k<math>\Omega</math></b>	<b>34</b>
<b>S4 Kalibrering av en passbit med nominell längd 50 mm</b>	<b>37</b>
<b>S5 Kalibrering av ett typ N termoelement vid 1000 °C</b>	<b>42</b>
<b>S6 Kalibrering av en effektsensor vid frekvensen 18 GHz</b>	<b>47</b>
<b>S7 Kalibrering av en koaxial stegdämpare vid inställningen 30 dB (stegdämpning)</b>	<b>52</b>

## S1 Inledning

- S1.1** De följande exemplen har valts för att demonstrera metoden i EAL-R2-Sv för utvärdering av mätosäkerhet. Exempel som är mer typiska och representativa, baserade på ändamålsenliga modeller, bör utvecklas av speciella arbetsgrupper inom olika områden. De exempel som är presenterade här, ger allmän vägledning om arbetssättet.
- S1.2** Exemplet är baserade på förslag utarbetade av expertgrupper inom EAL. Dessa förslag har förenklats och harmoniserats för att göra dem förståeliga för laboratoriepersonal inom alla områden av kalibrering. Förhoppningen är således att detta urval av exempel kan bidra till en bättre förståelse av hur utvärderingsmodellen bör uppställas och till en harmonisering av tillvägagångssättet vid utvärdering av mätosäkerhet, oberoende av kalibreringsområde.
- S1.3** Mätosäkerhetsbidrag och andra värden i exemplen skall inte ses som obligatoriska värden eller rekommendationer. Laboratorier bör bestämma sina mätosäkerhetsbidrag med utgångspunkt i den modellfunktion som de använder för utvärdering av den aktuella kalibreringen och ange den utvärderade mätosäkerheten på de kalibreringsbevis som de utfärdar. I alla exempel är förutsättningarna enligt avsnitt 5 i EAL-R2-Sv uppfyllda för användning av den standardiserade täckningsfaktorn  $k = 2$ .
- S1.4** Presentationen av exemplen följer, i enlighet med beskrivningen av stegen i tillvägagångssättet i avsnitt 7 av EAL-R2-Sv, ett gemensamt schema som innehåller följande element:
- kort beskrivande rubrik,
  - allmän beskrivning av mätmetoden,
  - utvärderingsmodellen med lista på använda beteckningar,
  - detaljerad förteckning av indata med korta beskrivningar om hur de har erhållits,
  - lista över observationer och utvärdering av statistiska parametrar,
  - mätosäkerhetsanalys i tabellform,
  - den utvidgade mätosäkerheten,
  - angivelse av det fullständiga mätresultatet.
- S1.5** Detta är det första supplementet till EAL-R2-Sv. Andra som innehåller nya genomarbetade exempel på utvärdering av mätosäkerhet i samband med kalibrering av mätdon kommer att utges i framtiden. Exempel kan också finnas i EAL:s vägledning dokument (EAL Guidance Documents) som behandlar kalibrering av specifika typer av mätdon.

## S2 Kalibrering av en vikt med nominell massa 1 kg

**S2.1** En vikt av OIML klass M1 med nominellt värde 10 kg kalibreras genom jämförelse med en arbetsnormal (OIML klass F2) med samma nominella värde. För detta används en massakomparator vars egenskaper har bestämts tidigare.

**S2.2** Den okända konventionella massan  $m_x$  erhålls från

$$m_x = m_s + \delta m_D + \delta m + \delta m_C + \delta B \quad (\text{S2.1})$$

där

$m_s$  - normalens konventionella massa,

$\delta m_D$  - driften i normalens värde sedan dess senaste kalibrering,

$\delta m$  - observerad skillnad i massa mellan den okända vikten och normalen,

$\delta m_C$  - korrektion för excentricitet och magnetiska effekter,

$\delta B$  - korrektion för luftens upptryck.

**S2.3 Arbetsnormal ( $m_s$ ):** I arbetsnormalens kalibreringsbevis ges värdet 10 000,005 g med tillhörande utvidgade mätosäkerhet 45 mg (täckningsfaktor  $k = 2$ ).

**S2.4 Driften av arbetsnormalens värde ( $\delta m_D$ ):** Driften i arbetsnormalens värde skattas att vara noll inom  $\pm 15$  mg, med ledning i tidigare kalibreringar.

**S2.5 Komparator ( $\delta m, \delta m_C$ ):** Repeterbarheten av skillnaden i massa mellan två vikter med samma nominella värde har utvärderats tidigare. Denna utvärdering har gett värdet 25 mg för den sammanslagna skattningen av standardavvikelsen. Ingen korrektion tillämpas för komparatorn men variationerna på grund av excentricitet och magnetiska effekter antas vara rektangulärfördelade med gränserna  $\pm 10$  mg.

**S2.6 Luftens upptryck ( $\delta B$ ):** Ingen korrektion görs för luftens upptryck. Avvikelsen antas vara inom gränserna  $\pm 1 \cdot 10^{-6}$  av det nominella värdet.

**S2.7 Korrelationer:** Inga instorheter anses vara avsevärt korrelerade.

**S2.8 Mätningar:** Med användning av substitutionsmetoden och substitutionsschemat ABBA ABBA ABBA erhålls tre observationer av skillnaden i massa mellan den okända vikten och normalen:

nr.	konventionell massa	avläsning	observerad skillnad
1	normal	+0,010 g	
	okänd	+0,020 g	
	okänd	+0,025 g	
2	normal	+0,015 g	+0,01 g
	okänd	+0,025 g	
	okänd	+0,050 g	
3	normal	+0,020 g	+0,03 g
	okänd	+0,055 g	
	okänd	+0,025 g	
	normal	+0,045 g	
	okänd	+0,040 g	
	normal	+0,020 g	+0,02 g

aritmetiskt medelvärde:

$$\overline{\delta m} = 0,020 \text{ g}$$

poolad skattning av standardavvikelse:

$$s_p(\delta m) = 25 \text{ mg}$$

(erhållen från tidigare utvärdering)

standardmätosäkerhet:

$$u(\delta m) = s(\overline{\delta m}) = \frac{25 \text{ mg}}{\sqrt{3}} = 14,4 \text{ mg}$$

**S2.9 Mätosäkerhetsanalys ( $m_x$ ):**

storhet	skattning	standardmätosäkerhet	sannolikhetsfördelning	känslighetsfaktor	mätosäkerhetsbidrag
$X_i$	$x_i$	$u(x_i)$		$c_i$	$u_i(y)$
$m_s$	10 000,005 g	22,5 mg	normal	1,0	22,5 mg
$\delta m_D$	0,000 g	8,66 mg	rektangulär	1,0	8,66 mg
$\delta m$	0,020 g	14,4 mg	normal	1,0	14,4 mg
$\delta m_C$	0,000 g	5,77 mg	rektangulär	1,0	5,77 mg
$\delta B$	0,000 g	5,77 mg	rektangulär	1,0	5,77 mg
$m_x$	10 000,025 g				29,3 mg



**S2.10 Utvidgad mätosäkerhet**

$$U = k \cdot u(m_x) = 2 \cdot 29,3\text{mg} \cong 59\text{mg}$$

**S2.11 Resultatangivelse**

Den mätta massan av vikten med nominellt värde 10 kg är 10,000 025 kg  $\pm$ 59 mg.

Den angivna utvidgade mätosäkerheten är produkten av standardmätosäkerhet och täckningsfaktorn  $k = 2$ , vilket för en normalfördelning svarar mot en täckningssannolikhet av ungefär 95 %. Standardmätosäkerheten har bestämts i enlighet med EAL:s publikation EAL-R2.

### S3 Kalibrering av ett normalmotstånd med nominellt värde 10 kΩ

**S3.1** Resistansen av ett normalmotstånd med fyra anslutningar bestäms genom direkt substitution med hjälp av en noggrann digital multimeter (en DMM med 7½ siffror) som är inställd på sitt motståndsområde. Ett kalibrerat normalmotstånd av samma nominella värde som kalibreringsobjektet och med fyra anslutningar har använts som arbetsnormal. Motstånden är nedsänkta i ett väl omrört oljebad, vars temperatur, 23 °C, övervakas av en centralt placerad kvicksilvertermometer. Motstånden har fått stabilisera sig innan mätningarna påbörjas. De fyra anslutningarna av vardera motstånd förbinds i tur och ordning med DMM:s anslutningsklämmor. Det har fastställts att mätströmmen på 100 μA på DMM:s 10 kΩ område är så låg att den inte förorsakar någon påtaglig upphettning av motstånden. Den använda mätmetoden säkerställer dessutom att effekterna av yttre läckresistans på mätresultatet kan betraktas vara betydelselösa.

**S3.2** Det okända motståndets resistans  $R_X$  fås från sambandet

$$R_X = (R_S + \delta R_D + \delta R_{TS}) r_C r - \delta R_{TX} \quad (\text{S3.1})$$

där

- $R_S$  - normalens resistans,
- $\delta R_D$  - driften i normalens resistans sedan dess senaste kalibrering,
- $\delta R_{TS}$  - normalens resistansvariation på grund av temperaturvariationer,
- $r = R_{iX} / R_{iS}$  - kvoten av det okända objektets och referensobjektets avlästa resistans (index 'i' från engelskans 'indicated'),
- $r_C$  - korrektionsfaktor för störspänningar och instrumentupplösning,
- $\delta R_{TX}$  - av temperaturvariationer betingad resistansvariation hos det okända motståndet.

**S3.3 Arbetsnormal ( $R_S$ ):** I arbetsnormalens kalibreringsbevis anges att resistansen är 10 000,053 Ω ± 5 mΩ (täckningsfaktor  $k = 2$ ) vid den specificerade referenstemperaturen 23 °C.

**S3.4 Driften i normalens värde ( $\delta R_D$ ):** Driften i arbetsnormalens resistans sedan dess senaste kalibrering skattas att vara +20 mΩ med avvikelser inom ±10 mΩ. Skattningen bygger på kännedom om arbetsnormalens kalibreringshistorik.

**S3.5 Temperaturkorrektioner ( $\delta R_{TS}$ ,  $\delta R_{TX}$ ):** Oljebadets temperatur övervakas med en kalibrerad termometer till att vara 23,00 °C. Motståndens temperatur kan antas överensstämma med den övervakade temperaturen inom ±0,055 K, om man tar hänsyn till den använda termometerens metrologiska egenskaper och temperaturgradienterna i oljebadet. Arbetsnormalens temperaturkoefficient är  $5 \cdot 10^{-6} \text{ K}^{-1}$ . Detta värde ger gränserna ±2,75 mΩ för avvikelser från normalens

värde vid dess kalibrering på grund av möjliga avvikelser i den verkliga temperaturen. Enligt uppgifter från tillverkaren vet man att det okända motståndets temperaturkoefficient inte överskrider värdet  $10 \cdot 10^{-6} \text{ K}^{-1}$ . På grund av variationer i dess temperatur kan resistansvariationen hos det okända motståndet därför antas ligga inom  $\pm 5,5 \text{ m}\Omega$ .

**S3.6 Resistansmätningar ( $r$ ,  $r_C$ ):** Eftersom samma DMM används för att observera både  $R_{iX}$  och  $R_{iS}$ , är bidragen till mätosäkerhet korrelerade men effekten är sådan att den minskar osäkerheten. Det är, dessutom, endast nödvändigt att beakta relativa skillnader i resistansavläsningar som beror på systematiska effekter såsom störspänningar och instrumentupplösning (se den matematiska förklaringen i punkt S3.12). Dessa relativa skillnader antas ha gränserna  $\pm 0,5 \cdot 10^{-6}$  vid varje avläsning. Den resulterande fördelningen av kvoten  $r_C$  är triangulär med väntevärdet 1,000 000 0 och gränserna  $\pm 1,0 \cdot 10^{-6}$ .

**S3.7 Korrelationer:** Inga instorheter anses vara avsevärt korrelerade.

**S3.8 Mätningar:** För att bestämma kvoten  $r$  görs fem observationer:

nr.	observerad kvot
1	1,000 010 4
2	1,000 010 7
3	1,000 010 6
4	1,000 010 3
5	1,000 010 5

aritmetiskt medelvärde:

$$\bar{r} = 1,000 010 5$$

mätseriens standardavvikelse:

$$s(r) = 0,158 \cdot 10^{-6}$$

standardmätosäkerhet:

$$u(r) = s(\bar{r}) = \frac{0,158 \cdot 10^{-6}}{\sqrt{5}} = 0,0707 \cdot 10^{-6}$$

**S3.9 Mätosäkerhetsanalys ( $R_X$ ):**

storhet	skattning	standardmätosäkerhet	sannolikhetsfördelning	känslighetsfaktor	mätosäkerhetsbidrag
$X_i$	$x_i$	$u(x_i)$		$c_i$	$u_i(y)$
$R_S$	10 000,053 $\Omega$	2,5 m $\Omega$	normal	1,0	2,5 m $\Omega$
$\delta R_D$	0,020 $\Omega$	5,8 m $\Omega$	rektangulär	1,0	5,8 m $\Omega$
$\delta R_{TS}$	0,000 $\Omega$	1,6 m $\Omega$	rektangulär	1,0	1,6 m $\Omega$
$\delta R_{TX}$	0,000 $\Omega$	3,2 m $\Omega$	rektangulär	-1,0	-3,2 m $\Omega$
$r_C$	1,000 000 0	$0,41 \cdot 10^{-6}$	rektangulär	10 000 $\Omega$	4,1 m $\Omega$
$r$	1,000 010 5	$0,07 \cdot 10^{-6}$	normal	10 000 $\Omega$	0,7 m $\Omega$
$R_X$	10 000,178 $\Omega$				8,33 m $\Omega$

**S3.10 Utvidgad mätosäkerhet:**

$$U = k \cdot u(R_x) = 2 \cdot 8,33 \text{ m}\Omega \cong 17 \text{ m}\Omega$$

**S3.11 Resultatangivelse:** Det uppmätta värdet av det nominella 10 k $\Omega$ -motståndet är (10 000,178 $\pm$ 0,017)  $\Omega$  vid mättemperaturen 23,00 °C och vid mätströmmen 100  $\mu$ A.

Den angivna utvidgade mätosäkerheten är produkten av standardmätosäkerhet och täckningsfaktorn  $k = 2$ , vilket för en normalfördelning svarar mot en täckningssannolikhet av ungefär 95 %. Standardmätosäkerheten har bestämts i enlighet med EAL:s publikation EAL-R2.

**S3.12 Matematisk förklaring angående standardmätosäkerheten av kvoten av avlästa resistansvärden:** Det okända motståndet och referensmotståndet har nästan samma resistans. Om vi som vanligt utgår ifrån den linjära approximationen för avvikelser, uttrycks de värden som ger upphov till avläsningarna  $R_{iX}$  och  $R_{iS}$  enligt följande:

$$\begin{aligned} R_X' &= R_{iX} \left( 1 + \frac{\delta R_X'}{R} \right) \\ R_S' &= R_{iS} \left( 1 + \frac{\delta R_S'}{R} \right) \end{aligned} \quad (\text{S3.2})$$

där  $R$  är motståndens nominella värde samt  $\delta R_X'$  och  $\delta R_S'$  de okända avvikelserna. Resistanskvoten som härleds från dessa uttryck är

$$\frac{R_X'}{R_S'} = r r_C \quad (\text{S3.3})$$

där kvoten av det okända motståndets och referensmotståndets avlästa resistanser är

$$r = \frac{R_{iX}}{R_{iS}} \quad (\text{S3.4})$$

och korrektionsfaktorn (med linjär approximation i avvikelserna) är

$$r_C = 1 + \frac{\delta R_X' - \delta R_S'}{R} \quad (\text{S3.5})$$

De korrelerade bidragen från systematiska effekter härrörande från DMM:s interna skala påverkar inte resultatet. Detta tack vare det att avvikelsernas skillnad ingår i ekv. (S3.5). Korrektionsfaktorns standardosäkerhet bestäms enbart av okorrelerade avvikelser som härrör från störeffekter och DMM:s upplösning. Under antagandet att  $u(\delta R_X') = u(\delta R_S') = u(\delta R')$  ges standardosäkerheten av uttrycket

$$u^2(r_C) = 2 \frac{u^2(\delta R')}{R^2} \quad (\text{S3.6})$$

## S4 Kalibrering av en passbit med nominell längd 50 mm

**S4.1** En passbit av grad 0 (ISO 3650) med nominell längd 50 mm kalibreras genom jämförelse med en arbetsnormal som utgörs av en kalibrerad passbit av samma nominella längd och samma material. Jämförelsen sker med hjälp av en komparator. Skillnaden i den centrala längden bestäms, med de båda passbitarna i vertikal position, med hjälp av två längdindikatorer som berör den övre och den undre mätytan. Det kalibrerade objektets verkliga längd  $l_x'$  fås ur arbetsnormalens verkliga längd  $l_s'$  enligt sambandet

$$l_x' = l_s' + \delta l \quad (\text{S4.1})$$

där  $\delta l$  är den mätta längdskillnaden. De verkliga längderna  $l_x'$  och  $l_s'$  är passbitarnas längder under mätbetingelser, dvs. vid en temperatur som, på grund av osäkerheten i bestämningen av laboratoriets temperatur, inte behöver överensstämma med referenstemperaturen för längdbestämmning.

**S4.2** Den okända passbitens längd  $l_x$  vid referenstemperaturen erhålls från sambandet

$$l_x = l_s + \delta l_D + \delta l + \delta l_C - L(\bar{\alpha} \cdot \delta t + \delta \alpha \cdot \Delta \bar{t}) - \delta l_V \quad (\text{S4.2})$$

där

- |  |   |
|--|---|
| $l_s$                                      | - normalens längd vid referenstemperaturen $t_0 = 20 \text{ }^\circ\text{C}$ enligt dess kalibreringsbevis; |
| $\delta l_D$                               | - ändringen i normalens längd på grund av drift sedan dess senaste kalibrering;                             |
| $\delta l$                                 | - observerad längdskillnad mellan den okända passbiten och normalen;  |
| $\delta l_C$                               | - korrektion för komparatorns icke-linjäritet och visningsfel;  |
| $L$  | - passbitarnas nominella längd;   |
| $\bar{\alpha} = (\alpha_x + \alpha_s) / 2$ | - medelvärdet av den okända passbitens och normalens längdutvidgningskoefficienter;                         |
| $\delta t = (t_x - t_s)$                   | - skillnaden mellan den okända passbitens och normalens temperatur;   |
| $\delta \alpha = (\alpha_x - \alpha_s)$    | - skillnaden mellan den okända passbitens och normalens längdutvidgningskoefficienter;                      |
| $\Delta \bar{t} = (t_x + t_s) / 2 - t_0$   | - skillnaden mellan medelvärdet av de två passbitarnas temperatur och referenstemperaturen;                 |
| $\delta l_V$                               | - korrektion för att längdindikatorerna inte berör mittpunkterna av den okända passbitens mätytor.          |

- S4.3 Arbetsnormal ( $l_s$ ):** Arbetsnormalens längd och den tillhörande mätosäkerheten anges som  $50,000\ 02\ \text{mm} \pm 30\ \text{nm}$  (täckningsfaktor  $k = 2$ ) i kalibreringsbeviset för passbitssatsen.
- S4.4 Normalens drift ( $\delta l_D$ ):** Normalens tidsmässiga drift skattas att vara noll inom  $\pm 30\ \text{nm}$ . Denna skattning baseras på resultat av tidigare kalibreringar. Erfarenhetsmässigt kan det antas att den mest sannolika driften av passbitar av denna typ är noll. Likväl antas en rektangulär fördelning.
- S4.5 Komparator ( $\delta l_C$ ):** Komparatorn har funnits motsvara kraven enligt EAL-G21. Därav kan det fastställas att korrektionerna för visad längdskillnad är inom gränserna  $\pm(30\text{nm}+0,02\cdot|D|)$  för längdskillnader  $D$  som är inom  $\pm 10\ \mu\text{m}$ . Om vi tar hänsyn till toleranserna för kalibreringsobjektet som är av grad 0 och toleranserna för normalen som är av grad K, kommer vi fram till att den maximala längdskillnaden mellan de två passbitarna faller inom  $\pm 1\ \mu\text{m}$ . Detta intervall ger gränserna  $\pm 32\ \text{nm}$  för korrektionen av komparatorns icke-linjäritet och visningsfel.
- S4.6 Temperaturkorrektioner ( $\bar{\alpha}, \delta t, \delta \alpha, \Delta \bar{t}$ ):** Före kalibreringen ser man till att passbitarna har antagit mättrumets temperatur. Återstående temperaturskillnad mellan normalen och kalibreringsobjektet kan antas vara inom  $\pm 0,05\ \text{K}$ . På grundval av normalens kalibreringsbevis och tillverkarens uppgifter beträffande kalibreringsobjektet kan det antas att längdutvidgningskoefficienterna för de två passbitarna, som båda är av stål, ligger inom intervallet  $(11,5 \pm 1,0) \cdot 10^{-6}\ \text{°C}^{-1}$ . Med antagna rektangulärfördelningar får man en triangulärfördelning med gränserna  $\pm 2 \cdot 10^{-6}\ \text{°C}^{-1}$  för skillnaden mellan längdutvidgningskoefficienterna. Medeltemperaturen vid mätningen antas överensstämma med referenstemperaturen  $t_0 = 20\ \text{°C}$  inom  $\pm 0,5\ \text{°C}$ . Den bästa skattningen är noll för skillnaden av längdutvidgningskoefficienterna. Likaså är den bästa skattningen noll för avvikelser från referenstemperaturen. Därför måste andra ordningens termer beaktas vid utvärderingen av dessa storheters mätosäkerhetsbidrag härrörande från faktorerna i produkten  $\delta \alpha \times \Delta \bar{t}$  i ekv. (S4.2) [se den matematiska förklaringen i punkt S4.13, ekv. (S4.5)]. Den slutliga standardosäkerheten är  $u(\delta \alpha \cdot \Delta \bar{t}) = 0,236 \cdot 10^{-6}$ .
- S4.7 Längdvariationen ( $\delta l_V$ ):** För passbitar av grad 0 måste längdvariationen, bestämd ur mätningar i centrum och i de fyra hörnen, vara inom  $\pm 0,12\ \mu\text{m}$  (ISO 3650). Antar man att denna variation uppträder på mätytorna utefter kortsidan med längden  $9\ \text{mm}$  och att den centrala längden är mätt inom en cirkel med radien  $0,5\ \text{mm}$ , kan korrektionen på grund av beröringspunkternas avvikelse från mätytans mitt skattas att vara inom  $\pm 6,7\ \text{nm}$ .
- S4.8 Korrelationer:** Inga instorheter anses vara avsevärt korrelerade.

**S4.9 Mätningar:** Med nollställning av komparatorn före varje avläsning av arbetsnormalen, görs följande observationer av längdskillnaden mellan den okända passbiten och arbetsnormalen.

obs. nr.	avläst värde
1	-100 nm
2	-90 nm
3	-80 nm
4	-90 nm
5	-100 nm

aritmetiskt medelvärde

$$\overline{\delta l} = -94 \text{ nm}$$

poolad skattning av standardavvikelse

$$s_p(\delta l) = 12 \text{ nm}$$

(erhållen vid tidigare utvärdering)

standardmätosäkerhet:

$$u(\delta l) = s(\overline{\delta l}) = \frac{12 \text{ nm}}{\sqrt{5}} = 5,37 \text{ nm}$$

Skattningen av den sammanslagna standardavvikelsen har tagits från provningar som gjorts för att bekräfta komparatorns överensstämmelse med kraven i EAL-G21.

#### S4.10 Mätosäkerhetsanalys:

storhet	skattning	standardmätosäkerhet	sannolikhetsfördelning	känslighetsfaktor	mätosäkerhetsbidrag
$X_i$	$x_i$	$u(x_i)$		$c_i$	$u_i(y)$
$l_s$	50,000 020 mm	15 nm	normal	1,0	15,0 nm
$\delta l_D$	0 mm	17,3 nm	rektangulär	1,0	17,3 nm
$\delta l$	- 0,000 094 mm	5,37 nm	normal	1,0	5,37 nm
$\delta l_C$	0 mm	18,5 nm	rektangulär	1,0	18,5 nm
$\delta t$	0 °C	0,0289 °C	rektangulär	$-575 \text{ nm}^\circ\text{C}^{-1}$	-16,6 nm
$\delta \alpha \times \Delta \bar{t}$	0	$0,236 \cdot 10^{-6}$	-	50 mm	-11,8 nm
$\delta l_V$	0 mm	3,87 nm	rektangulär	-1,0	-3,87 nm
$l_x$	49,999 926 mm				36,4 nm

#### S4.11 Utvidgad mätosäkerhet:

$$U = k \cdot u(l_x) = 2 \cdot 36,4 \text{ nm} \cong 73 \text{ nm}$$

**S4.12 Resultatangivelse:** Den mätta längden av passbiten med nominell längd 50 mm är 49,999 926 mm  $\pm$ 73 nm.

Den angivna utvidgade mätosäkerheten är produkten av standardmätosäkerhet och täckningsfaktorn  $k = 2$ , vilket för en normalfördelning svarar mot en täckningssannolikhet av ungefär 95 %. Standardmätosäkerheten har bestämts i enlighet med EAL:s publikation EAL-R2.



**S4.13 Matematisk förklaring beträffande standardosäkerhet av en produkt av två storheter med väntevärde noll:** När det gäller en produkt av två storheter, där väntevärdet för en eller båda faktorerna i produkten är noll, måste den vanliga utvärderingsmetoden för osäkerhetsbidrag, som baseras på en linjärisering av modellfunktionen, modifieras. Om faktorerna är statistiskt oberoende med väntevärden skilda från noll, kan man uttrycka kvadraten på den relativa standardosäkerheten (den relativa variansen) för produkten utan någon linjärisering. Detta görs med hjälp av kvadraterna på de relativa standardmätosäkerheter förknippade med faktorernas väntevärden:

$$w^2(x_1 \cdot x_2) = w^2(x_1) + w^2(x_2) + w^2(x_1) \cdot w^2(x_2) \quad (\text{S4.2})$$

Genom att använda definitionen av den relativa standardmätosäkerheten kan detta uttryck lätt transformeras till det allmänna sambandet

$$u^2(x_1 \cdot x_2) = x_2^2 u^2(x_1) + x_1^2 u^2(x_2) + u^2(x_1) \cdot u^2(x_2) \quad (\text{S4.3})$$

Om standardmätosäkerheterna  $u(x_1)$  och  $u(x_2)$ , förknippade med väntevärdena  $x_1$  och  $x_2$ , är mycket mindre än absolutvärden av respektive väntevärde, kan den tredje termen i högra ledet försummas. Den återstående ekvationen representerar det fall som beskrivs av den vanliga metoden, baserad på linjärisering av modellfunktionen.

Om emellertid ett av väntevärdenas absolutvärden, t.ex.  $|x_2|$ , är mycket mindre än standardmätosäkerheten  $u(x_2)$  som förknippas med detta väntevärde eller till och med noll, kan man bortse från produkttermen som innehåller detta väntevärde i högra ledet av ekv. (S4.3) men inte från den tredje termen. Den resulterande ekvationen är

$$u^2(x_1 \cdot x_2) \cong x_1^2 u^2(x_2) + u^2(x_1) \cdot u^2(x_2) \quad (\text{S4.4})$$

Om absolutvärden av båda väntevärdena är mycket mindre än de mätosäkerheter som förknippas med dem, eller till och med noll, kommer endast den tredje termen i ekv. (S4.3) att ge ett signifikant bidrag, dvs.

$$u^2(x_1 \cdot x_2) \cong u^2(x_1) \cdot u^2(x_2) \quad (\text{S4.5})$$

## S5 Kalibrering av ett typ N termoelement vid 1000 °C

**S5.1** Ett typ N termoelement kalibreras genom jämförelse med två typ R referenstermoelement i en horisontell ugn vid temperaturen 1000 °C. De emk:er som termoelementen ger upphov till mäts med hjälp av en digital voltmeter med användning av en polvändare. Alla termoelement har sina referensställen vid 0 °C. Termoelementet som skall kalibreras ansluts till referenspunkten med kompensationsledning.

**S5.2** Temperaturen  $t_X$  av kalibreringsobjektets mätställe är

$$\begin{aligned}
 t_X &= t_S(V_{IS} + \delta V_{IS1} + \delta V_{IS2} + \delta V_R - \frac{\delta t_{0S}}{C_{S0}}) + \delta t_D + \delta t_F \\
 &\cong t_S(V_{IS}) + C_S \cdot \delta V_{IS1} + C_S \cdot \delta V_{IS2} + C_S \cdot \delta V_R - \frac{C_S}{C_{S0}} \delta t_{0S} + \delta t_D + \delta t_F
 \end{aligned}
 \tag{S5.1}$$

**S5.3** Vid kalibreringen är spänningen  $V_X$  över termoelementet, med dess referensställe vid 0 °C,

$$\begin{aligned}
 V_X(t) &\cong V_X(t_X) + \frac{\Delta t}{C_X} - \frac{\delta t_{0X}}{C_{X0}} \\
 &= V_{IX} + \delta V_{IX1} + \delta V_{IX2} + \delta V_R + \delta V_{LX} + \frac{\Delta t}{C_X} - \frac{\delta t_{0X}}{C_{X0}}
 \end{aligned}
 \tag{S5.2}$$

Här är

- $t_S(V)$  - referenstermometerns temperatur som funktion av spänningen, med referensstället vid 0 °C. Funktionen ges i kalibreringsbeviset;
- $V_{IS}, V_{IX}$  - voltmeters avläsning;
- $\delta V_{IS1}, \delta V_{IX1}$  - spänningskorrektioner enligt voltmeters kalibrering;
- $\delta V_{IS2}, \delta V_{IX2}$  - spänningskorrektioner på grund av voltmeters ändliga upplösning;
- $\delta V_R$  - spänningskorrektion på grund av omkopplarens kontakteffekter;
- $\delta t_{0S}, \delta t_{0X}$  - temperaturkorrektioner på grund av att referenstemperaturen avviker från 0 °C;
- $C_S, C_X$  - termoelementens spänningskänsligheter vid mättemperaturen 1000 °C;
- $C_{S0}, C_{X0}$  - termoelementens temperaturkänsligheter vid referenstemperaturen 0 °C;
- $\delta t_D$  - ändring av referenstermometerns värden på grund av drift sedan dess senaste kalibrering;

- $\delta t_F$  - temperaturkorrektion på grund av ugnens temperaturojämnhet;
- $t$  - temperatur vid vilken termoelementet skall kalibreras (kalibreringspunkten);
- $\Delta t = t - t_x$  - avvikelser av kalibreringspunktens temperatur från ugnens temperatur;
- $\delta V_{LX}$  - spänningskorrektion på grund av kompensationsledningar.

**S5.4** Det angivna resultatet är termoelementets emk vid temperaturen av dess mätställe. Eftersom mätmetoden består av två steg – bestämning av ugnens temperatur och bestämning av kalibreringsobjektets emk – delas utvärderingen av mätosäkerheten upp i två delar.

**S5.5 Arbetsnormaler ( $t_S(V)$ ):** Referenstermoelementen är försedda med kalibreringsbevis som anger sambandet mellan temperaturen av elementens mätställen och spänningen över termoelementens ledningar, förutsatt att referensstället är vid 0 °C. Den utvidgade mätosäkerheten vid 1000 °C är  $U = 0,3$  °C (täckningsfaktor  $k = 2$ ).

**S5.6 Voltmeters kalibrering ( $\delta V_{IS1}, \delta V_{IX1}$ ):** Voltmetern har kalibrerats. Alla mätta spänningar korrigeras. Kalibreringsbeviset anger en konstant utvidgad mätosäkerhet av  $U = 2,0 \mu V$  (täckningsfaktor  $k = 2$ ) för alla spänningar mindre än 50 mV.

**S5.7 Voltmeters upplösning ( $\delta V_{IS2}, \delta V_{IX2}$ ):** En 4½ siffrors digital mikrovoltmeter används på 10 mV området. Därmed är gränserna för upplösning  $\pm 0,5 \mu V$  vid varje avläsning.

**S5.8 Störspänningar ( $\delta V_R$ ):** Återstående störspänningsavvikelser på grund av polvändarens kontakteffekter har skattats att vara noll inom  $\pm 2 \mu V$ .

**S5.9 Referenstemperaturer ( $\delta t_{0S}, \delta t_{0X}$ ):** Temperaturen av varje termoelements referenspunkt är känd att vara 0 °C inom  $\pm 0,1$  °C.

**S5.10 Spänningskänsligheter ( $C_S, C_X, C_{S0}, C_{X0}$ ):** Följande värden på termoelementens spänningskänsligheter har hämtats från referenstabeller:

	1000 °C	0 °C
referenstermoelement	$C_S=0,077$ °C/ $\mu V$	$C_{S0}=0,189$ °C/ $\mu V$
okänt termoelement	$C_X=0,026$ °C/ $\mu V$	$C_{S0}=0,039$ °C/ $\mu V$

**S5.11 Arbetsnormalens drift ( $\delta t_D$ ):** Arbetsnormalernas drift skattas till noll inom  $\pm 0,3$  °C. Denna skattning baseras på kunskap från tidigare kalibreringar.

**S5.12 Temperaturgradienter ( $\delta t_F$ ):** Temperaturgradienterna i ugnen har mätts. Vid 1000 °C är temperaturojämnheterna inom  $\pm 1$  °C.

**S5.13 Kompensationsledningar ( $\delta V_{LX}$ ):** Kompensationsledningarna har undersökts inom intervallet 0 °C - 40 °C. Från detta skattas att spänningsskillnader mellan kompensationsledningarna och termoelementledningarna är inom  $\pm 5 \mu V$ .

**S5.14 Mätningar** ( $V_{IS}, t_S(V_{IS}), V_{IX}$ ): Mätningarna sker enligt följande metod, som ger fyra avläsningar för varje termoelement och minskar effekterna av den termiska källans temperaturdrift och av störande termospänningar i mätkretsen:

Första omgången:

första normalen, kalibreringsobjektet, andra normalen,

andra normalen, kalibreringsobjektet, första normalen

Skiftning av polaritet.

Andra omgången:

första normalen, kalibreringsobjektet, andra normalen,

andra normalen, kalibreringsobjektet, första normalen.

**S5.15** Proceduren föreskriver att skillnaden mellan de båda arbetsnormalerna måste vara inom  $\pm 0,3$  °C. Om skillnaden är större måste mätserien upprepas och/eller orsakerna till den stora avvikelserna undersökas.

Termoelement	första normal	okänd	andra normal
Avläst korrigerad spänning	+10500 $\mu\text{V}$	+36245 $\mu\text{V}$	+10503 $\mu\text{V}$
	+10503 $\mu\text{V}$	+36248 $\mu\text{V}$	+10503 $\mu\text{V}$
	-10503 $\mu\text{V}$	-36248 $\mu\text{V}$	-10505 $\mu\text{V}$
	-10504 $\mu\text{V}$	-36251 $\mu\text{V}$	-10505 $\mu\text{V}$
Spänningens medelvärde	10502,5 $\mu\text{V}$	36248 $\mu\text{V}$	10504 $\mu\text{V}$
Mätställets temperatur	1000,4 °C		1000,6 °C
Ugnens temperatur		1000,5 °C	

**S5.16** Medelvärdet för varje termoelement beräknas från de fyra avläsningarna för varje termoelement i ovanstående tabell. Referenstermoelementens spänningvärden omvandlas till temperaturvärden med hjälp av sambandet mellan temperatur och spänning i termoelementens kalibreringsbevis. Observerade temperaturvärden är kraftigt korrelerade (korrelationskoefficienten nära ett). Därför kombineras de genom medelvärdesbildning till en observation. Denna får representera ugnens temperatur vid platsen för det okända termoelementet. På samma sätt har ett värde för det okända termoelementets spänning erhållits. För att utvärdera mätosäkerheten för dessa observationer har en serie av tio mätningar gjorts tidigare vid samma arbetstemperatur. Den har gett en poolad skattning av standardavvikelsen av ugnstemperaturen och av det okända termoelementets spänning.

Standardmätosäkerheterna av de observerade storheterna är:

poolad skattning av standardavvikelse:

$$s_p(t_S) = 0,10 \text{ °C}$$

standardmätosäkerhet:

$$u(t_S) = \frac{s_p(t_S)}{\sqrt{1}} = 0,10 \text{ °C}$$

poolad skattning av standardavvikelse:

$$s_p(V_{IX}) = 1,6 \mu\text{V}$$

standardmätosäkerhet:

$$u(V_{IX}) = \frac{s_p(V_{IX})}{\sqrt{1}} = 1,6 \mu\text{V}$$

**S5.17 Mätosäkerhetsanalys (ugnsens temperatur  $t_x$ ):**

storhet $X_i$	skattning $x_i$	standardmät- osäkerhet $u(x_i)$	sannolik- hetsfördel- ning	känslighets- faktor $c_i$	mätosäker- hetsbidrag $u_i(y)$
$t_s$	1000,5 °C	0,10 °C	normal	1,0	0,10 °C
$\delta V_{IS1}$	0 $\mu$ V	1,00 $\mu$ V	normal	0,077 °C/ $\mu$ V	0,077 °C
$\delta V_{IS2}$	0 $\mu$ V	0,29 $\mu$ V	rektangulär	0,077 °C/ $\mu$ V	0,022 °C
$\delta V_R$	0 $\mu$ V	1,15 $\mu$ V	rektangulär	0,077 °C/ $\mu$ V	0,089 °C
$\delta t_{0S}$	0 °C	0,058 °C	rektangulär	-0,407	-0,024 °C
$\delta t_S$	0 °C	0,15 °C	normal	1,0	0,15 °C
$\delta t_D$	0 °C	0,173 °C	rektangulär	1,0	0,173 °C
$\delta t_F$	0 °C	0,577 °C	rektangulär	1,0	0,577 °C
$t_x$	1000,5 °C				0,641 °C

**S5.18 Mätosäkerhetsanalys (det kalibrerade termoelementets emk  $V_x$ ):**

storhet $X_i$	skattning $x_i$	standardmät- osäkerhet $u(x_i)$	sannolik- hetsfördel- ning	känslighets- faktor $c_i$	mätosäker- hetsbidrag $u_i(y)$
$V_{IX}$	36 248 $\mu$ V	1,60 $\mu$ V	normal	1,0	1,60 $\mu$ V
$\delta V_{IX1}$	0 $\mu$ V	1,00 $\mu$ V	normal	1,0	1,00 $\mu$ V
$\delta V_{IX2}$	0 $\mu$ V	0,29 $\mu$ V	rektangulär	1,0	0,29 $\mu$ V
$\delta V_R$	0 $\mu$ V	1,15 $\mu$ V	rektangulär	1,0	1,15 $\mu$ V
$\delta V_{LX}$	0 $\mu$ V	2,9 $\mu$ V	rektangulär	1,0	2,9 $\mu$ V
$\Delta t_x$	0,5 °C	0,641 °C	normal	38,5 $\mu$ V/°C	24,5 $\mu$ V
$\delta t_{0X}$	0 °C	0,058 °C	rektangulär	-25,6 $\mu$ V/°C	-1,48 $\mu$ V
$V_x$	36 229 $\mu$ V				25,0 $\mu$ V

**S5.19 Utvidgade mätosäkerheter**

Den utvidgade mätosäkerheten förknippad med mätningen av ugnens temperatur är

$$U = k \cdot u(t_x) = 2 \cdot 0,641^\circ\text{C} \cong 1,3^\circ\text{C}$$

Den utvidgade mätosäkerheten förknippad med det kalibrerade termoelementets emk är

$$U = k \cdot u(V_x) = 2 \cdot 25,0 \mu\text{V} \cong 50 \mu\text{V}$$

**S5.20      Resultatangivelse**

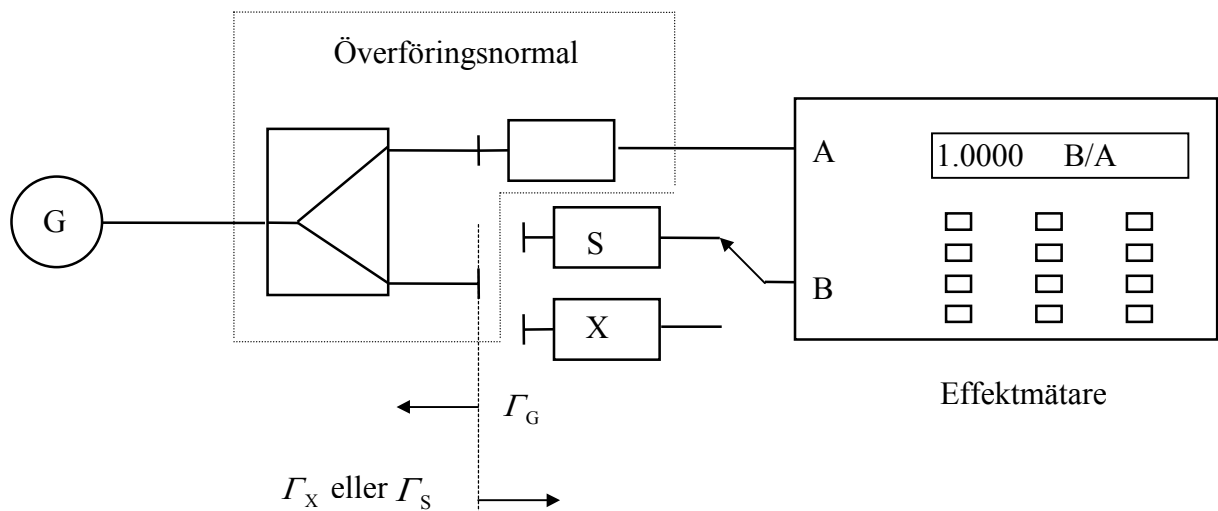
Vid en temperatur av 1000,0 °C har det kalibrerade typ N termoelementet en emk av  $36\,230\ \mu\text{V} \pm 50\ \mu\text{V}$  om dess referensställe är vid 0 °C.

Den angivna utvidgade mätosäkerheten är produkten av standardmätosäkerhet och täckningsfaktorn  $k = 2$ , vilket för en normalfördelning svarar mot en täckningssannolikhet av ungefär 95 %. Standardmätosäkerheten har bestämts i enlighet med EAL:s publikation EAL-R2.

## S6 Kalibrering av en effektsensor vid frekvensen 18 GHz

**S6.1** En okänd effektsensor kalibreras mot en känd effektsensor (jämförelsesensor) genom substitution på en stabil överföringsnormal med känd och liten reflektionsfaktor. Kalibreringen görs som en mätning av kalibreringsfaktorn. Denna definieras som kvoten av infallande effekt vid referensfrekvensen 50 MHz och infallande effekt vid kalibreringsfrekvensen, med villkoret att effektsensorn skall ge samma respons vid de båda infallande effekterna. Vid vardera frekvensen bestäms kvoten av effekten för den okända sensorn, respektive jämförelsesensorn, och den sensor som ingår i överföringsnormalen. För detta används en effektmätare med dubbla ingångar och möjlighet för kvotbildning.

**S6.2** Schematisk bild av mätsystemet



**S6.3** Kalibreringsfaktorn  $K$  definieras som

$$K = \frac{P_{lr}}{P_{lc}} = \frac{(1 + |\Gamma_r|^2)P_{Ar}}{(1 + |\Gamma_c|^2)P_{Ac}} \quad (\text{S6.1})$$

vid lika effektmetervisning,  
där

- $P_{lr}$  - infallande effekt vid referensfrekvensen (50 MHz);
- $P_{lc}$  - infallande effekt vid kalibreringsfrekvensen;
- $\Gamma_r$  - sensorns reflektionskoefficient för spänning vid referensfrekvensen;
- $\Gamma_c$  - sensorns reflektionskoefficient för spänning vid kalibreringsfrekvensen;
- $P_{Ar}$  - av sensorn absorberad effekt vid referensfrekvensen;
- $P_{Ac}$  - av sensorn absorberad effekt vid kalibreringsfrekvensen.

**S6.4** Den okända sensorns kalibreringsfaktor erhålls från sambandet

$$K_x = (K_s + \delta K_D) \frac{M_{Sr} M_{Xc}}{M_{Sc} M_{Xr}} p_{Cr} p_{Cc} p \quad (\text{S6.2})$$

där

- $K_s$  - jämförelsesensorns kalibreringsfaktor;
- $\delta K_D$  - ändring i jämförelsesensorns kalibreringsfaktor på grund av driften sedan dess senaste kalibrering;
- $M_{Sr}$  - jämförelsesensorns missanpassningsfaktor vid referensfrekvensen;
- $M_{Sc}$  - jämförelsesensorns missanpassningsfaktor vid kalibreringsfrekvensen;
- $M_{Xr}$  - den okända sensorns missanpassningsfaktor vid referensfrekvensen;
- $M_{Xc}$  - den okända sensorns missanpassningsfaktor vid kalibreringsfrekvensen;
- $p_{Cr}$  - korrektion av den observerade kvoten på grund av icke-linjäritet och ändlig upplösning av effektmetern, vid den effektkvotnivå som gäller vid referensfrekvensen;
- $p_{Cc}$  - korrektion av den observerade kvoten på grund av icke-linjäritet och ändlig upplösning av effektmetern, vid den effektkvotnivå som gäller vid kalibreringsfrekvensen;
- $p = \frac{P_{Sr} P_{Xc}}{P_{Sc} P_{Xr}}$  - observerad kvot av effektkvoter,



där

- $p_{Sr}$  - avläst effektkvot för jämförelsesensorn vid referensfrekvensen;
- $p_{Sc}$  - avläst effektkvot för jämförelsesensorn vid kalibreringsfrekvensen;
- $p_{Xr}$  - avläst effektkvot för den okända sensorn vid referensfrekvensen
- $p_{Xc}$  - avläst effektkvot för den okända sensorn vid kalibreringsfrekvensen.

**S6.5 Jämförelsesensor ( $K_S$ ):** Jämförelsesensorn hade kalibrerats sex månader innan den användes för kalibrering av den okända sensorn. Kalibreringsfaktorn ges i kalibreringsbeviset som  $(95,7 \pm 1,1) \%$  (täckningsfaktor  $k = 2$ ), vilket också kan uttryckas som  $0,957 \pm 0,011$ .

**S6.6 Normalens drift ( $\delta K_D$ ):** Driften av jämförelsesensorns kalibreringsfaktor kan med ledning av dess årliga kalibrering skattas till  $-0,002$  per år, med avvikelser inom  $\pm 0,004$ . Från dessa värden skattas driften av jämförelsesensorns kalibreringsfaktor att vara  $-0,001$  med avvikelser inom  $\pm 0,002$ , eftersom den senaste kalibreringen har skett för ett halvår sedan.

**S6.7 Effektmeterns linjäritet och upplösning ( $p_{Cr}, p_{Cc}$ ):** På grund av effektmeterns icke-linjäritet har dess avläsningar en utvidgad mätosäkerhet av  $0,002$  (täckningsfaktor  $k = 2$ ) vid den effektkvotsnivå som gäller vid referensfrekvensen och  $0,0002$  (täckningsfaktor  $k = 2$ ) vid den effektkvotsnivå som gäller vid kalibreringsfrekvensen. Dessa värden har erhållits från tidigare mätningar. Eftersom samma effektmeter har använts för att erhålla såväl  $p_S$  som  $p_X$ , är mätosäkerhetsbidragen korrelerade både vid referensfrekvensen och vid kalibreringsfrekvensen. Men korrelationernas effekt är att minska mätosäkerheten eftersom effektkvoter vid båda frekvenser betraktas. Därför behöver man endast ta hänsyn till de relativa skillnader i avläsningar som betingas av systematiska effekter (se den matematiska anmärkningen i punkt S3.12). Detta ger en standardmätosäkerhet av  $0,00142$  förknippad med korrektionsfaktorn  $p_{Cr}$  och  $0,000142$  förknippad med korrektionsfaktorn  $p_{Cc}$ .

Den för effektmeterns avläsningar angivna utvidgade mätosäkerheten innefattar effekter från linjäritet och upplösning. Linjäritetseffekterna är korrelerade medan upplösningseffekterna är okorrelerade. Såsom visats i S3.12 medför kvotbildning att korrelationernas inverkan elimineras och standardmätosäkerheten förknippad med kvoten reduceras. I ovanstående beräkning är de enskilda korrelerade och okorrelerade bidragen emellertid inte kända. De angivna värdena är övre gränser för standardmätosäkerheten förknippad med kvoterna. Mätosäkerhetsanalysen visar slutligen att bidragen som härrör från dessa kvoter är betydelselösa, dvs. att gjorda approximationer är försvarbara.

**S6.8 Missanpassningsfaktorer ( $M_{Sr}$ ,  $M_{Sc}$ ,  $M_{Xr}$ ,  $M_{Xc}$ ):** Överföringsnormalens system är inte perfekt anpassat. Dessutom känner man inte till reflektionsfaktorernas fasförhållanden vare sig för överföringsnormalen, den okända sensorn eller jämförelsesensorn. Det uppstår, därmed, en mätosäkerhet beroende på vardera sensorns missanpassning vid referensfrekvensen och kalibreringsfrekvensen. Tillhörande gränser för avvikelsen måste därför beräknas för referensfrekvensen och kalibreringsfrekvensen ur sambandet

$$M_{s,x} = 1 \pm 2|\Gamma_G||\Gamma_{s,x}| \quad (\text{S6.3})$$

där reflektionsfaktorernas absolutvärden för överföringsnormalen, jämförelsesensorn och den okända sensorn är

	50 MHz	18 GHz
$ \Gamma_G $	0,02	0,07
$ \Gamma_s $	0,02	0,10
$ \Gamma_x $	0,02	0,12

De enskilda bidragens sannolikhetsfördelningar är U-formade. Detta tar man hänsyn till genom att ersätta faktorn 1/3 som gäller för en rektangulär fördelning med faktorn 1/2 vid beräkning av variansen från kvadraten på intervallets halva bredd. Missanpassningens standardmätosäkerhet erhålls därmed ur sambandet

$$u(M_{s,x}) = \frac{2|\Gamma_G||\Gamma_s|}{\sqrt{2}} \quad (\text{S6.4})$$

Anmärkning: Reflektionsfaktorernas värden är själva också mätresultat och därmed i sin tur behäftade med mätosäkerhet. Detta har man tagit hänsyn till genom att addera deras kvadrat och det aktuella mätvärdets kvadrat. Summans kvadratrots anges i tabellen ovan.

**S6.9 Korrelationer:** Inga instorheter anses vara avsevärt korrelerade.

**S6.10 Mätningar:** Tre separata observationer har gjorts med fränkoppling och återinkoppling av jämförelsesensorn respektive den okända sensorn till överföringsnormalen. Detta för att ta hänsyn till kopplingens repeterbarhet. Effektmeters avläsningar som används för att beräkna den observerade effektkvoten  $p$  är:

obs. nr.	$p_{Sr}$	$p_{Sc}$	$p_{Xr}$	$p_{Xc}$	$p$
1	1,0001	0,9924	1,0001	0,9698	0,9772
2	1,0000	0,9942	1,0000	0,9615	0,9671
3	0,9999	0,9953	1,0001	0,9792	0,9836

aritmetiskt medelvärde:

$$\bar{p} = 0,9760$$

mätseriens standardavvikelse:

$$s(p) = 0,0083$$

standardmätosäkerhet:

$$u(p) = s(\bar{p}) = \frac{0,0083}{\sqrt{3}} = 0,0048$$

**S6.11 Mätosäkerhetsanalys ( $K_X$ ):**

storhet $X_i$	skattning $x_i$	standard- mätosäkerhet $u(x_i)$	sannolikhets- fördelning	känslighets- faktor $c_i$	mätosäker- hetsbidrag $u_i(y)$
$K_S$	0,957	0,0055	normal	0,976	0,00537
$\delta K_D$	-0,001	0,0012	rektangulär	0,976	0,00113
$M_{Sr}$	1,000	0,0006	U-formad	0,933	0,00053
$M_{Sc}$	1,000	0,0099	U-formad	-0,933	0,00924
$M_{Xr}$	1,000	0,0006	U-formad	-0,933	-0,00053
$M_{Xc}$	1,000	0,0119	U-formad	0,933	0,01110
$p_{Cr}$	1,000	0,0014	normal	0,933	0,00132
$p_{Cc}$	1,000	0,0001	normal	0,933	0,00013
$p$	0,976	0,0048	normal	0,956	0,00459
$K_X$	0,933				0,01623

**S6.12 Utvidgad mätosäkerhet:**

$$U = k \cdot u(K_X) = 2 \cdot 0,01623 \cong 0,032$$

**S6.13 Resultatangivelse:**

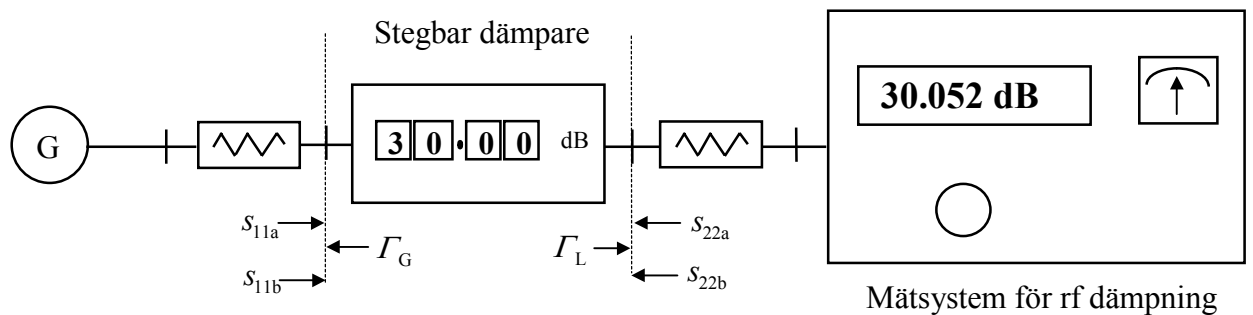
Vid 18 GHz är effektsensorns kalibreringsfaktor  $0,933 \pm 0,032$ , vilket också kan uttryckas som  $(93,3 \pm 3,2) \%$ .

Den angivna utvidgade mätosäkerheten är produkten av standardmätosäkerhet och täckningsfaktorn  $k = 2$ , vilket för en normalfördelning svarar mot en täckningssannolikhet av ungefär 95 %. Standardmätosäkerheten har bestämts i enlighet med EAL:s publikation EAL-R2.

## S7 Kalibrering av en koaxial stegdämpare vid inställningen 30 dB (stegdämpning)

**S7.1** En stegbar koaxialdämpare vid 10 GHz kalibreras med hjälp av en kalibrerad stegbar dämpare som normal. Enligt mätmetoden skall man bestämma dämpningen mellan en anpassad källa och en anpassad belastning. Den okända dämparen kan i detta fall ställas in för lägen 0 dB och 30 dB och det är denna ändring (som kallas stegdämpning) som bestäms vid kalibreringen. Systemet för dämpningsmätning har digital visning och analog nolldetektor som används för att ange jämviktsläget.

**S7.2** Schematisk bild av mätsystemet



**S7.3** Den okända dämparens dämpning  $L_x$  fås ur sambandet

$$L_x = L_S + \delta L_S + \delta L_D + \delta L_M + \delta L_K + \delta L_{1b} - \delta L_{1a} + \delta L_{0b} - \delta L_{0a} \quad (\text{S7.1})$$

där

$L_S = L_{1b} - L_{1a}$  - normalens dämpningsskillnad, erhållen från:

$L_{1a}$  - visad dämpning med den okända dämparen inställd på 0 dB;

$L_{1b}$  - visad dämpning med den okända dämparen inställd på 30 dB;

$\delta L_S$  - korrektion erhållen från normalens kalibrering;

$\delta L_D$  - normalens dämpningsändring på grund av drift sedan dess senaste kalibrering;

$\delta L_M$  - korrektion på grund av missanpassningsförluster;

$\delta L_K$  - korrektion för läcksignaler mellan den okända dämparens ingång och utgång på grund av bristfällig isolering;

$\delta L_{1a}, \delta L_{1b}$  - korrektion på grund av normalens begränsade upplösning vid inställningarna 0 dB och 30 dB;

$\delta L_{0a}, \delta L_{0b}$  - korrektioner på grund av nolldetektorns begränsade upplösning vid inställningarna 0 dB och 30 dB.

- S7.4 Normal( $\delta L_S$ ):** Enligt normalens kalibreringsbevis är dämpningen 30,003 dB vid inställningen 30 dB och vid 10 GHz, med en tillhörande utvidgad mätosäkerhet av 0,005 dB (täckningsfaktor  $k = 2$ ). Korrektionen +0,003 dB med den tillhörande utvidgade mätosäkerheten av 0,005 dB (täckningsfaktor  $k = 2$ ) anses gälla för normalens dämpningsinställningar som avviker inom  $\pm 0,1$  dB från den kalibrerade inställningen av 30,000 dB.
- S7.5 Normalens drift ( $\delta L_D$ ):** Normalens drift skattas att vara noll inom  $\pm 0,002$  dB. Detta baseras på normalens kalibreringshistorik.
- S7.6 Missanpassningsförlusten ( $\delta L_M$ ):** Källans och belastningens reflektionsfaktorer vid den okända dämparens inlänkningspunkt har optimerats till lägst möjliga värden genom impedansanpassning. Reflektionsfaktorernas absolutvärden och absolutvärdena av den okända dämparens spridningsfaktorer har mätts men deras fasförhållanden är okända. Utan kännedom om faser kan missanpassningsfelet inte korrigeras men standardmätosäkerheten (i dB) på grund av den ofullständiga kunskapen av anpassningen kan skattas enligt sambandet [1]

$$u(\delta L_M) = \frac{8,686}{\sqrt{2}} \sqrt{|\Gamma_S|^2 (|s_{11a}|^2 + |s_{11b}|^2) + |\Gamma_L|^2 (|s_{22a}|^2 + |s_{22b}|^2) + |\Gamma_S|^2 |\Gamma_L|^2 (|s_{21a}|^4 + |s_{21b}|^4)}$$

(S7.2)

där källans och belastningens reflektionsfaktorer är

$$\Gamma_L = 0,03 \text{ och } \Gamma_S = 0,03$$

och den okända dämparens spridningsfaktorer vid 10 GHz är

	0 Db	30 dB
$s_{11}$	0,05	0,09
$s_{22}$	0,01	0,01
$s_{21}$	0,95	0,031

Detta ger  $u(\delta L_M) = 0,02$  dB.

Anmärkning: Spridnings- och reflektionsfaktorernas värden är också mätresultat och därmed inte exakt kända. Detta har man tagit hänsyn till genom att addera kvadraterna på mätosäkerheten och det aktuella mätvärdet samt ta kvadratroten ur summan.

- S7.7 Korrektions för läcksignaler ( $\delta L_K$ ):** Från mätningar gjorda vid inställningen 0 dB har läcksignalerna genom den okända dämparen skattats vara minst 100 dB under mätsignalens nivå. Med utgångspunkt i denna uppgift skattas korrektionen för läcksignaler vara inom  $\pm 0,003$  dB vid inställningen 30 dB.

**S7.8 Upplösning av normalens inställning ( $\delta L_{ia}, \delta L_{ib}$ ):** normalens digitala visningsanordning har en upplösning av 0,001 dB. Från detta kan korrektionen för upplösningen skattas vara inom  $\pm 0,0005$  dB.

**S7.9 Nolldetektorns upplösning ( $\delta L_{0a}, \delta L_{0b}$ ):** I en tidigare utvärdering har man funnit att detektorns upplösning har en standardavvikelse av 0,002 dB vid varje avläsning. Fördelningen antas vara normal.

**S7.10 Korrelationer:** Inga instorheter anses vara avsevärt korrelerade.

**S7.11 Mätningar:** Fyra mätningar görs av den okända dämparens stegdämpning mellan inställningarna 0 dB och 30 dB:

obs. nr.	observerade värden vid inställning	
	0 dB	30 dB
1	0,000 dB	30,033 dB
2	0,000 dB	30,058 dB
3	0,000 dB	30,018 dB
4	0,000 dB	30,052 dB

aritmetiskt medelvärde:  $\bar{L}_S = 30,040$  dB

mätseriens standardavvikelse:  $s(L_S) = 0,018$  dB

standardmätosäkerhet:  $u(L_S) = s(\bar{L}_S) = \frac{0,018 \text{ dB}}{\sqrt{4}} = 0,009$  dB

**S7.12 Mätosäkerhetsanalys ( $L_X$ ):**

storhet	skattning	standard- mätosäkerhet	sannolikhets- fördelning	känslighets- faktor	mätosäker- hetsbidrag
$X_i$	$x_i$	$u(x_i)$		$c_i$	$u_i(y)$
$L_S$	30,040 dB	0,0090 dB	normal	1,0	0,0090 dB
$\delta L_S$	0,003 dB	0,0025 dB	rektangulär	1,0	0,0025 dB
$\delta L_D$	0 dB	0,0011 dB	U-formad	1,0	0,0011 dB
$\delta L_M$	0 dB	0,0200 dB	U-formad	1,0	0,0200 dB
$\delta L_K$	0 dB	0,0017 dB	U-formad	1,0	0,0017 dB
$\delta L_{ia}$	0 dB	0,0003 dB	U-formad	-1,0	-0,0003 dB
$\delta L_{ib}$	0 dB	0,0003 dB	rektangulär	1,0	0,0019 dB
$\delta L_{0a}$	0 dB	0,0020 dB	rektangulär	-1,0	0,0020 dB
$\delta L_{0b}$	0 dB	0,0020 dB	normal	1,0	-0,0020 dB
$L_X$	30,043 dB				0,0224 dB

**S7.13 Utvidgad mätosäkerhet:**

$$U = k \cdot u(L_x) = 2 \cdot 0,0224\text{dB} \cong 0,045\text{dB}$$

**S7.14 Resultatangivelse:**

Stegdämparens uppmätta värde för inställningen 30 dB är  $(30,043 \pm 0,045)$  dB vid 10 GHz.

Den angivna utvidgade mätosäkerheten är produkten av standardmätosäkerhet och täckningsfaktorn  $k = 2$ , vilket för en normalfördelning svarar mot en täckningssannolikhet av ungefär 95 %. Standardmätosäkerheten har bestämts i enlighet med EAL:s publikation EAL-R2.

**S7.15 Hänvisning**

- [1] Harris, I.A.; Warner, F.L.: *Re-examination of mismatch uncertainty when measuring microwave power and attenuation*, IEE Proc., Vol. 128, Pt. H, No. 1, Febr.1981

## **SUPPLEMENT 2**

### **Exempel**



## Innehåll

---

<b>Avsnitt</b>		<b>Sida</b>
<b>S8</b>	<b>Inledning</b>	<b>58</b>
<b>S9</b>	<b>Kalibrering av en handhållen digital multimeter i punkten 100 V dc</b>	<b>62</b>
<b>S10</b>	<b>Kalibrering av ett skjutmått</b>	<b>66</b>
<b>S11</b>	<b>Kalibrering av en blockkalibrator vid temperaturen 180 °C</b>	<b>71</b>
<b>S12</b>	<b>Kalibrering av en hushållsvattenmätare</b>	<b>75</b>
<b>S13</b>	<b>Kalibrering av en ringtolk med nominell diameter 90 mm</b>	<b>80</b>

---

## S8 Inledning

- S8.1** De följande exemplen avser att ytterligare belysa tillvägagångssättet vid utvärdering av mätosäkerhet. De kompletterar exemplen i Supplement 1 till EAL-R2-S1 (utgåva 1, november 1997; svensk översättning EAL-R2-S1-Sv, utgåva 2, januari 1999). Den föreliggande exempelsamlingen belyser främst situationer där mätosäkerhetsanalysen innehåller en eller två dominanta termer eller där antalet upprepade mätningar är litet.
- S8.2** Exempelen är valda så att de kan belysa fall som förekommer i praktiken. Läsaren måste dock ha klart för sig att man vid praktisk tillämpning inte behöver gå igenom de matematiska härledningar som presenteras i exemplen, i synnerhet inte de som ges i de matematiska förklaringar som är fogade till vissa av exemplen. Däremot bör användaren utnyttja resultaten av de teoretiska framställningarna när han eller hon har förstått under vilka betingelser de kan tillämpas. Till exempel, om det i en viss situation är säkerställt att mätresultatet har en rektangulär fördelning (vilket är fallet om man endast behöver ta hänsyn till *en* komponent som är rektangulärt fördelad), kan man omedelbart dra slutsatsen att den täckningsfaktor som man skall använda för att få en täckningssannolikhet av 95 % är  $k = 1,65$  (se S9.14).
- S8.3** Den allmänna slutsats som kan dras från mätosäkerhetsanalyserna är att om *en* mätosäkerhetskomponent är dominant, är dess fördelning tillämplig även för mätresultatet. Dock måste som vanligt den relevanta känslighetsfaktorn användas för utvärdering av resultatets mätosäkerhet.
- S8.4** Det bör tilläggas att den situation där endast en eller ett par mätosäkerhetskomponenter är dominanta inträffar ofta i samband med enklare mätton, varvid den dominanta termen ofta härrör från mättonets begränsade upplösning. Därför kan det verka som en paradox att behandlingen av mätosäkerhet för resultat erhållna med enklare mätton är mer komplicerad än den som har redovisats för de lättfattligare exemplen i Supplement 1. De matematiska härledningarna, som kan kännas belastande, hade i och för sig kunnat redovisas i huvuddokumentet. Av pedagogiska skäl ges de dock i direkt anslutning till de situationer där resultatet av härledningarna används.
- S8.5** Exempelen är baserade på förslag utarbetade av expertgrupper inom EA. Förslagen har förenklats och gjorts samstämmiga för att göra dem förståeliga för laboratoriepersonal inom alla områden av kalibrering. Man kan därför hoppas att denna exempelsamling, liksom den föregående samlingen som publicerades som Supplement 1 till EAL-R2, kommer att bidra till en bättre förståelse av det sätt på vilket utvärderingsmodellen bör ställas upp och till en harmonisering av utvärderingen av mätosäkerheten, oberoende av kalibreringsområdet.
- S8.6** Mätosäkerhetskomponenter och andra värden i exemplen skall inte ses som obligatoriska värden eller rekommendationer. Laboratorier bör bestämma sina egna mätosäkerhetsbidrag med utgångspunkt i den modellfunktion som de använder för utvärdering av den aktuella kalibreringen och ange den utvärderade mätosäkerheten på de kalibreringsbevis som de utfärdar.
- S8.7** Exempelen presenteras i enlighet med det allmänna schema som introducerades och användes i det första supplementet till EAL-R2. För ytterligare detaljer se avsnitt S1.4 av nämnda dokument.

- S8.8** Mätosäkerhetsanalysen i exemplen avser att belysa grunderna för ifrågavarande mätprocess samt metoden för utvärdering av mätresultatet och den tillhörande mätosäkerheten. För att även de som inte är experter inom det berörda mättekniska fackområdet lättare skall kunna förstå analysen används en enhetlig metod för beteckning av storheter. Den är mer inriktad på den fysikaliska bakgrunden än på gällande praxis inom de olika fackområdena.
- S8.9** Vissa storheter återkommer i samtliga exempel. En av dem är mätstorheten, dvs. den storhet som är mål för mätningen. En annan är den storhet som arbetsnormalen presenterar och som realiserar den lokala enheten; med den jämförs mätstorheten. Förutom dessa två storheter finns i samtliga fall flera andra som utgör ytterligare lokala storheter eller korrektioner.
- S8.10** Korrektionerna beskriver den bristande överensstämmelsen mellan mätstorhet och mätresultat. Vissa korrektioner utgör fullständiga mätresultat, dvs. de ges med såväl mätvärde som dess tillhörande mätosäkerhet. För andra måste man dra slutsatser om deras spridning från en mer eller mindre fullständig kunskap om korrektionernas natur. I flertalet fall innebär det att man skattar gränserna för de okända avvikelserna.
- S8.11** I vissa fall karakteriserar normalens nominella värde den storhet som presenteras av arbetsnormalen. Således uppträder nominella värden, som allmänt sett karakteriserar eller identifierar de artefakter som används vid kalibrering, ofta i mätosäkerhetsanalysen.
- S8.12** För att i de matematiska modellerna skilja mellan dessa begrepp, har exemplen konstruerats i enlighet med nedan angivna regler för beteckningar. Uppenbarligen kan dock reglerna inte följas strängt, beroende på att praxisen hur beteckningar används varierar mellan olika mättekniska fackområden.
- S8.13** I betecknings sättet görs skillnad mellan huvudsakliga värden, nominella värden, korrektioner och gränsvärden:

*Huvudsakliga värden* är sådana mätvärden eller visningar som ger det väsentliga bidraget till mätstorhetens värde. De betecknas med kursiva gemener; om storheten avser en skillnad föregås beteckningen av ett versalt rakt delta ur det grekiska alfabetet.

EXEMPEL:

$t_{iX}$  - visningen hos en termometer X som skall kalibreras (index i avser visning),

$\Delta l$  - observerad skillnad i en mätspindels läge.

*Nominella värden* är tilldelade värden för att realisera en storhet med hjälp av en normal eller ett materialiserat mått. De är ungefärliga värden som ger det huvudsakliga bidraget till det realiserade värdet. De anges med kursiva versaler.

EXEMPEL:

$L$  - nominella längden av en passbit som skall kalibreras.

*Korrektioner* avser små avvikelser från storheter som representerar det huvudsakliga värdet. De är kända eller måste skattas. I de flesta fall är de additiva och kallas

då korrektionstermer. De anges med den beteckning som representerar ifrågavarande storhet, föregången av ett gement kursivt<sup>1</sup> grekiskt delta.

EXEMPEL:

$\delta m_D$  - möjlig avvikelse på grund av drift i jämförelseviktens värde sedan dess senaste kalibrering,

$\delta m_C$  - korrektion för belastningens excentricitet och för magnetiska effekter vid en viktkalibrering.

*Gränsvärden* är fixerade skattade värden för möjliga variationer av en storhets okända värde. De anges med beteckningen för den ifrågavarande storheten, föregången av ett versalt rakt grekiskt delta.

EXEMPEL:

$\Delta \alpha_x$  - skattat värde av halva bredden av möjliga avvikelser hos den i tillverkarens specifikation givna temperaturkoefficienten för en under kalibrering varande resistor.

Olika storheter av samma storhetsslag skiljs åt genom användning av *index*, såsom framgår av exemplen. Internationellt accepterade beteckningsregler för storheter har följts genom att använda kursiva index för storhetsbeteckningar och raka index för att beteckna artefakter, mätinstrument och liknande.

**S8.14** Definierade referensvärden anges med storhetsbeteckning med index noll.

EXEMPEL:

$p_0$  - referenstryck, t.ex. 100 kPa.

**S8.15** Kvot av storheter av samma slag (dimensionslös kvot) betecknas med kursiv gemen.

EXEMPEL:

$r = R_{iX} / R_{iN}$  - kvot av visat värde för en okänd resistor och en jämförelse-resistor (index i avser visning).

---

<sup>1</sup> **Anmärkning i den svenska översättningen:**  
*Förlagan anger inte explicit att deltat skall vara kursivt men denna praxis tillämpas i texten. Förklaringen är att deltat här skall ses som del av storhetsbeteckningen (även om man därmed frångår den allmänna principen att en storhetsbeteckning skall bestå av enbart en bokstav). Observera att motsvarande deltan i Supplement 1 är raka, vilket beror på ett missförstånd i samband med dokumentets publicering.*

**S8.16** Om flera index måste användas sätts det index som betecknar det mest generella begreppet längst till vänster och det som betecknar det mest specifika begreppet längst till höger.

EXEMPEL:

$V_{i1}, V_{i2}$  - av voltmeter "1" respektive voltmeter "2" visad spänning.

**S8.17** Man avser att dessa exempel i det andra supplementet till EAL-R2 kommer att följas av andra för att illustrera olika särdrag i samband med kalibrering av mät-don. Exempel finns också i EAL:s och EA:s vägledningsdokument<sup>2</sup> för kalibrering av olika typer av mät-don.

---

<sup>2</sup> EA-10/03 (EAL-G26), Calibration of Pressure Balances  
EA-10/08 (EAL-G31), Calibration of Thermocouples  
EA-10/09 (EAL-G32), Measurement and Generation of Small AC Voltages with Inductive Voltage Dividers  
EA-10/10, Determination of Pitch Diameter of Parallel Thread Gauges by Mechanical Probing

## S9 Kalibrering av en handhållen digital multimeter i punkten 100 V dc

**S9.1** Som del av en allmän kalibrering av en handhållen digital multimeter (DMM) kalibreras den vid inspänningen 100 V dc med hjälp av en multifunktionell kalibrator som arbetsnormal. Följande mätrutin tillämpas:

- (1) Kalibrators utklämmor förbinds med DMM:s inklämmor med hjälp av lämpliga mätkablar.
- (2) Kalibratoren ställs in på 100 V och efter en lämplig stabiliseringsperiod noteras DMM:s visning.
- (3) DMM:s visningsfel beräknas med hjälp av DMM:s visning och kalibrators inställning.

**S9.2** Det bör nämnas att det visningsfel för DMM som man får med denna mätrutin innefattar såväl effekten av offset som avvikelserna från linjäritet.

**S9.3** Den kalibrerade DMM:s visningsfel  $E_X$  fås ur

$$E_X = V_{iX} - V_S + \delta V_{iX} - \delta V_S \quad (\text{S9.1})$$

där

- $V_{iX}$  - av DMM visad spänning (index i avser visning),
- $V_S$  - av kalibratoren genererad spänning,
- $\delta V_{iX}$  - korrektion av visad spänning på grund av DMM:s begränsade upplösning,
- $\delta V_S$  - korrektion av kalibrators spänning på grund av
  - (1) driften sedan dess senaste kalibrering,
  - (2) avvikelserna betingade av den samlade effekten av offset, icke-linjäritet och skillnader i förstärkning,
  - (3) avvikelserna i omgivningstemperaturen,
  - (4) avvikelserna i matningsspänningen,
  - (5) effekterna av belastningen på grund av den kalibrerade DMM:s ändliga ingångsresistans.

**S9.4** På grund av den begränsade upplösningen av DMM:s visning observeras ingen spridning i de visade värdena.

**S9.5 DMM:s visning ( $V_{iX}$ ):** Av DMM visat värde är 100,1 V vid kalibratorinställningen 100 V. DMM:s visning betraktas vara exakt (se S9.4).

**S9.6 Arbetsnormal ( $V_S$ ):** Av den multifunktionella kalibrators kalibreringsbevis framgår att den genererade spänningen motsvarar det inställda värdet och att den tillhörande utvidgade relativa mätosäkerheten är  $W=0,000\ 02$  (täckningsfaktor  $k = 2$ ). Således har utspänningen vid inställningen 100 V en tillhörande utvidgad mätosäkerhet av  $U=0,002\ \text{V}$  (täckningsfaktor  $k = 2$ ).

**S9.7 Den kalibrerade DMM:s upplösning ( $\delta V_{iX}$ ):** Den minst signifikanta siffran i DMM:s visning svarar mot 0,1 V. Varje avläsning av DMM har en korrektion på grund av visningens ändliga upplösning. Korrektionen skattas vara 0,0 V inom gränserna  $\pm 0,05\ \text{V}$  (dvs. hälften av det värde som svarar mot den minst signifikanta siffran).

**S9.8 Andra korrektioner ( $\delta V_S$ ):** Eftersom individuella data inte är tillgängliga baseras skattningen av den mätosäkerhet som är förbunden med de olika effekterna på kalibratortillverkarens specifikationer. Dessa specifikationer anger att under följande mätbetingelser överensstämmer spänningen som kalibratorm genererar med det på kalibratorm inställda värdet inom  $\pm(0,000 1 \times V_S + 1 \text{ mV})^3$ :

- (1) omgivningstemperaturen är inom området 18 °C till 23 °C,
- (2) kalibratorms matningsspänning är inom området 210 V till 250 V,
- (3) den resistiva belastningen vid kalibratorms klämmor är större än 100 k $\Omega$ ,
- (4) kalibratorm har kalibrerats inom det senaste året.

Eftersom dessa mätvillkor är uppfyllda och kalibratorms kalibreringshistorik visar att tillverkarens specifikationer är tillförlitliga, antas korrektionstermen som måste adderas till kalibratorms genererade spänning vara 0,0 V inom  $\pm 0,011 \text{ V}$ .

**S9.9 Korrelation:** Inga instorheter anses vara avsevärt korrelerade.

**S9.10 Mätosäkerhetsanalys ( $E_X$ )**

storhet $X_i$	skattning $x_i$	standard- mätosäkerhet $u(x_i)$	sannolikhets- fördelning	känslighets- faktor $c_i$	mätosäker- hetsbidrag $u_i(y)$
$V_{ix}$	100,1 V	-	-	-	-
$V_S$	100,0 V	0,001 V	normal	-1,0	-0,001 V
$\delta V_{ix}$	0,0 V	0,029 V	rektangulär	1,0	0,029 V
$\delta V_S$	0,0 V	0,0064 V	rektangulär	-1,0	-0,0064 V
$E_X$	0,1 V				0,030 V

**S9.11 Utvidgad mätosäkerhet**

Standardmätosäkerheten som förknippas med mätresultatet domineras klart av effekten av DDM:s ändliga upplösning. Den slutliga fördelningen är inte en normalfördelning utan närmast rektangulär. Därför kan metoden med effektiva antalet frihetsgrader enligt bilaga E till EAL-R2 inte tillämpas. Täckningsfaktorn som gäller för en rektangulär fördelning beräknas enligt det samband som ges av ekvationen (S9.8) i den matematiska förklaringen i S9.14.

$$U = k \cdot u(E_X) = 1,65 \cdot 0,030 \text{ V} \cong 0,05 \text{ V}$$

<sup>3</sup> En vanlig metod att i datablad eller handböcker presentera noggrannhetsspecifikationer för mätinstrument innebär att de specificerade gränserna ges som funktion av "avlästa värden". För denna kalibrator skulle uppgiften vara " $\pm(0,01 \text{ \% av avläst värde} + 1 \text{ mV})$ ". Även om detta sätt att uttrycka sig kan anses motsvara det som ges i S9.8 används det inte här eftersom det kan vara vilseledande och eftersom det inte representerar en ekvation av fysikaliska storheter enligt det internationellt accepterade symboliska skrivsättet.

**S9.12 Resultatangivelse**

Vid 100 V dc är det mätta visningsfelet för den handhållna digitala multimetern  $(0,10 \pm 0,05)$  V.

Den angivna utvidgade mätosäkerheten är produkten av standardmätosäkerhet och täckningsfaktorn  $k = 1,65$  som gäller för den antagna rektangulära fördelningen vid en täckningssannolikhet av 95 %.

**S9.13 Tilläggsanmärkning**

Metoden att beräkna täckningsfaktorn bestäms av det förhållandet att mätosäkerheten som förknippas med mätresultatet domineras av DMM:s ändliga upplösning. Detta gäller för kalibrering av alla visande instrument med låg upplösning, förutsatt att den ändliga upplösningen utgör den enda dominanta källan i mätosäkerhetsanalysen.

**S9.14 Matematisk förklaring**

Om mätsituationen är sådan att en av komponenterna i mätosäkerhetsanalysen kan anses vara en dominant term, t.ex. termen med index 1, kan standardmätosäkerheten förknippad med mätresultatet  $y$  skrivas som

$$u(y) = \sqrt{u_1^2(y) + u_R^2(y)} \quad (\text{S9.2})$$

Här anger storheten

$$u_R(y) = \sqrt{\sum_{i=2}^N u_i^2(y)} \quad (\text{S9.3})$$

det totala bidraget från de icke-dominanta termerna. Så länge som kvoten mellan det totala bidraget  $u_R(y)$  från de icke-dominanta termerna och bidraget  $u_1(y)$  från den dominanta termen inte är större än 0,3 kan ekv. (S9.2) approximeras med

$$u(y) \cong u_1(y) \cdot \left[ 1 + \frac{1}{2} \left( \frac{u_R(y)}{u_1(y)} \right)^2 \right] \quad (\text{S9.4})$$

Det relativa felet i approximationen är mindre än  $1 \times 10^{-3}$ . Den maximala relativa förändringen i standardmätosäkerhet från faktorn inom hakklammer i ekv. (S9.4) är inte större än 5 %. Detta värde är inom det accepterade toleransintervallet för matematisk avrundning av mätosäkerhetsvärden.

Under dessa antaganden är fördelningen av värden som rimligen kan tillskrivas mätstorheten i allt väsentligt identisk med den fördelning som gäller för det kända dominanta bidraget. Från denna frekvensfunktion  $\varphi(y)$  kan täckningssannolikheten  $p$  bestämmas för v.s.h. värde av den utvidgade mätosäkerheten  $U$  med hjälp av integralen

$$p(U) = \int_{y-U}^{y+U} \varphi(y') dy' \quad (\text{S9.5})$$

Inverteras denna relation för en given täckningssannolikhet får man sambandet  $U = U(p)$  mellan den utvidgade mätosäkerheten och täckningssannolikheten för



en given frekvensfunktion  $\varphi(y)$ . Genom att använda denna relation kan täckningsfaktorn slutligen uttryckas som

$$k(p) = \frac{U(p)}{u(y)} \quad (\text{S9.6})$$

För den handhållna digitala multimetern är det dominanta mätosäkerhetsbidraget från visningens ändliga upplösning  $u_{\delta V_X}(E_X) = 0,029 \text{ V}$  medan det totala bidraget till mätosäkerheten från de icke-dominanta termerna är  $u_R(E_X) = 0,0064 \text{ V}$ . Den relevanta kvoten är  $u_R(E_X)/u_{\delta V_X}(E_X) = 0,22$ . Detta betyder att fördelningen av värden som rimligen kan tillskrivas visningsfelet är väsentligen rektangulär. För en rektangulär fördelning är täckningssannolikheten linjärt beroende av utvidgad mätosäkerhet,

$$p = \frac{U}{a} \quad (\text{S9.7})$$

där  $a$  är den rektangulära fördelningens halva bredd. Löser man ut den utvidgade mätosäkerheten  $U$  i detta samband och sätter in resultatet i ekv. (S9.6) tillsammans med uttrycket för standardmätosäkerheten för en rektangulär fördelning enligt ekv. (3.8) av EAL-R2 får man slutligen sambandet

$$k(p) = p\sqrt{3} \quad (\text{S9.8})$$

För täckningssannolikheten  $p = 0,95$  som tillämpas inom EA är den relevanta täckningsfaktorn således  $k = 1,65$ .

## S10 Kalibrering av ett skjutmått

**S10.1** Ett skjutmått av stål kalibreras mot passbitar av klass 1 som arbetsnormaler. Skjutmåttets mätområde är 150 mm. Skjutmåttets avläsningsbara skaldelsvärde är 0,05 mm (huvudskalans skaldelsvärde är 1 mm och noniens skaldelsvärde 1/20 mm). För kalibreringen används flera passbitar med nominella längder inom intervallet 0,5 - 150 mm. De väljs så att mätpunkterna hamnar på ungefärligen lika avstånd från varandra (t.ex. vid 0 mm, 50 mm, 100 mm, 150 mm) men ger olika värden på nonieskalan (t.ex. 0,0 mm, 0,3 mm, 0,6 mm, 0,9 mm). Exemplet avser kalibrering av skjutmättet vid mätpunkten 150 mm för utvändigt mätning. Före kalibreringen görs flera kontroller av skjutmättet. Dessa inkluderar mätresultatets beroende av mätobjektets avstånd från glidskenan (Abbe-felet), kvaliteten av skänklarnas mätytor (planhet, parallellitet, vinkelräthet), och låsmekanismens funktion.

**S10.2** Skjutmåttets visningsfel  $E_X$  vid referenstemperaturen  $t_0 = 20^\circ\text{C}$  fås ur sambandet:

$$E_X = l_{iX} - l_S + L_S \cdot \bar{\alpha} \cdot \Delta t + \delta l_{iX} + \delta l_M \quad (\text{S10.1})$$

där:

- $l_{iX}$  - skjutmåttets visning,
- $l_S$  - den aktuella passbitens längd,
- $L_S$  - den aktuella passbitens nominella längd,
- $\bar{\alpha}$  - medelvärdet av utvidgningskoefficienterna för skjutmättet och passbiten,
- $\Delta t$  - temperaturskillnaden mellan skjutmått och passbit,
- $\delta l_{iX}$  - korrektion betingad av den ändliga upplösningen hos skjutmåttets visningsanordning,
- $\delta l_M$  - korrektion betingad av mekaniska effekter, såsom använd mätkraft, Abbe-fel och mätytors avvikelser från planhet och parallellitet.

**S10.3 Arbetsnormaler ( $l_S, L_S$ ):** Längderna av de passbitar som används som arbetsnormaler och de tillhörande mätosäkerheterna framgår av kalibreringsbeviset för passbitssatsen. Beviset bekräftar att passbitarna uppfyller kraven för klass 1 passbitar enligt ISO 3650, dvs. att passbitarnas centrala längd sammanfaller med den nominella längden inom  $\pm 0,8 \mu\text{m}$ . För passbitarnas verkliga längder används de nominella längderna utan någon korrektion, med antagandet att passbitarnas övre och undre toleransgränser utgör gränserna för variabiliteten av den verkliga längden.

**S10.4 Temperatur ( $\Delta t, \bar{\alpha}$ ):** Efter en lämplig stabiliseringsperiod överensstämmer skjutmåttets och passbitens temperaturer inom  $\pm 2^\circ\text{C}$ . Medelvärdet av utvidgningskoefficienterna är  $11,5 \cdot 10^{-6} \text{ }^\circ\text{C}^{-1}$ . (Mätosäkerheten förknippad med utvidgningskoefficienternas medelvärde och med utvidgningskoefficienternas skillnad har inte beaktats; dess inverkan har bedömts vara oväsentlig. Jmf. EAL-R2-S1, exempel S4.)

**S10.5 Skjutmåttets upplösning ( $\delta l_{iX}$ ):** Nonieskalans skaldelsvärde är 0,05 mm. Variationer betingade av den ändliga upplösningen skattas därför ha rektangulära gränser av  $\pm 25 \mu\text{m}$ .

**S10.6 Mekaniska effekter ( $\delta l_M$ ):** Dessa effekter innefattar den använda mätkraften, Abbe-felet och spelet mellan glidskenan och släden. Ytterligare effekter kan vara bristande planhet hos skänklarnas mätytor, att mätytorna inte är parallella och att de inte är i rät vinkel mot glidskenan. För att göra det enkelt för sig beaktas endast den totala variationsvidden, som skattas vara  $\pm 50 \mu\text{m}$ .

**S10.7 Korrelation:** Inga instorheter anses vara avsevärt korrelerade.

**S10.8 Mätningar ( $l_{iX}$ ):** Mätningen upprepas flera gånger utan att någon spridning i visningarna observeras. Således bidrar inte begränsad repeterbarhet till mätosäkerheten. Mätresultatet för passbiten med längden 150 mm är 150,10 mm.

**S10.9 Mätosäkerhetsanalys ( $\delta l_X$ )**

storhet $X_i$	skattning $x_i$	standard- mätosäkerhet $u(x_i)$	sannolik- hetsfördel- ning	känslighets- faktor $c_i$	mätosäker- hetsbidrag $u_i(y)$
$l_{iX}$	150,10 mm	-	-	-	-
$l_S$	150,00 mm	0,46 $\mu\text{m}$	rektangulär	-1,0	-0,46 $\mu\text{m}$
$\Delta t$	0	1,15 K	rektangulär	1,7 $\mu\text{m K}^{-1}$	2,0 $\mu\text{m}$
$\delta l_{iX}$	0	15 $\mu\text{m}$	rektangulär	1,0	15 $\mu\text{m}$
$\delta l_M$	0	29 $\mu\text{m}$	rektangulär	1,0	29 $\mu\text{m}$
$E_X$	0,10 mm				33 $\mu\text{m}$

**S10.10 Utvidgad mätosäkerhet**

Mätosäkerheten som kan förknippas med mätresultatet är klart dominerad av den sammanlagda effekten av mätkraften och noniens ändliga upplösning. Den slutliga fördelningen är inte normal utan väsentligen trapetsformad med kvoten  $\beta = 0,33$  mellan halva bredden för platån och halva bredden för variabilitetsintervallet. Därför kan man inte använda metoden med effektiva frihetsgrader som beskrivs i bilaga E av EAL-R2. Täckningsfaktorn  $k = 1,83$  som är tillämplig för denna trapetsfördelning beräknas ur ekv. (S10.10) i den matematiska förklaringen S10.13. Således är

$$U = k \cdot u(E_X) = 1,83 \cdot 0,033 \text{ mm} \cong 0,06 \text{ mm}$$

**S10.11 Resultatangivelse**

Vid 150 mm är skjutmåttets visningsfel  $(0,10 \pm 0,06)$  mm.

Den angivna utvidgade mätosäkerheten är produkten av standardmätosäkerhet och täckningsfaktorn  $k = 1,83$  som gäller för den antagna trapetsformiga sannolikhetsfördelningen vid en täcknings sannolikhet av 95 %.

**S10.12 Tilläggsanmärkning**

Metoden att beräkna täckningsfaktorn är klart avhängigt av det förhållandet att mätosäkerheten som förknippas med mätresultatet domineras av två källor, nämligen de mekaniska effekterna och nonieskalans ändliga upplösning. Därför är det inte berättigat att anta att utstorheten är normalfördelad och tillvägagångssättet enligt avsnitt 5.6 av EAL-R2 måste följas. Med tanke på att sannolikheter och frekvensfunktioner i praktiken bara kan bestämmas inom 3 % – 5 % kan fördelningen anses vara väsentligen trapetsformad, erhållen genom faltning av de två rektangulära fördelningar som beskriver de två dominanta bidragen. Halva bredden av basen och toppen av den resulterande symmetriska trapetsen är 75 µm respektive 25 µm. Intervallet ±60 µm kring trapetsens symmetriaxel omfattar 95 % av trapetsens yta, vilket svarar mot  $k = 1,83$ .

### S10.13 Matematisk förklaring

Om mätosäkerhetsanalysen visar att *två* mätosäkerhetsbidrag är dominanta kan metoden enligt S9.14 användas om de två dominanta bidragen, t.ex. termerna med index 1 och 2, slås ihop till *en* dominant term. I detta fall kan standardmätosäkerheten förknippad med mätresultatet  $y$  uttryckas som

$$u(y) = \sqrt{u_0^2(y) + u_R^2(y)} \quad (\text{S10.2})$$

där

$$u_0(y) = \sqrt{u_1^2(y) + u_2^2(y)} \quad (\text{S10.3})$$

betecknar det sammanlagda bidraget från de två dominanta termerna och

$$u_R(y) = \sqrt{\sum_{i=3}^N u_i^2(y)} \quad (\text{S10.4})$$

det sammanlagda bidraget från de återstående icke-dominanta termerna. Om de två dominanta bidragen härrör från rektangulära fördelningar med halva bredder  $a_1$  och  $a_2$  är fördelningen som erhålls genom att falta dem en symmetrisk trapetsfördelning med halva bredder

$$a = a_1 + a_2 \text{ och } b = |a_1 - a_2| \quad (\text{S10.5})$$

för basen och toppen respektive (se exempel i fig. 1).

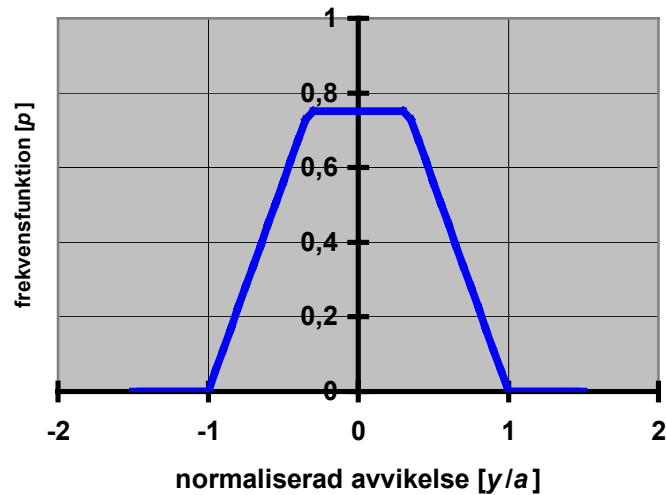


Fig. 1: Sammanslagen symmetrisk trapetsformad sannolikhetsfördelning med värdet  $\beta=0,33$  för kantparametern, erhållen genom faltning av två rektangulära fördelningar.

Fördelningen kan med fördel uttryckas i samlad form enligt

$$\varphi(y) = \frac{1}{a(1+\beta)} \times \begin{cases} 1 & |y| < \beta \cdot a \\ \frac{1}{1-\beta} \left(1 - \frac{|y|}{a}\right) & \beta \cdot a \leq |y| \leq a \\ 0 & a < |y| \end{cases} \quad (\text{S10.6})$$

med kantparametern

$$\beta = \frac{b}{a} = \frac{|a_1 - a_2|}{a_1 + a_2} \quad (\text{S10.7})$$

Ur ekv. (S10.6) erhålls kvadraten på standardmätosäkerheten

$$u^2(y) = \frac{a^2}{6} (1 + \beta^2) \quad (\text{S10.8})$$

Genom att tillämpa metoden som skisseras i S9.14 på fördelningen i ekv. (S10.6) erhålls sambandet

$$k(p) = \frac{1}{\sqrt{\frac{1+\beta^2}{6}}} \times \begin{cases} \frac{p(1+\beta)}{2} & \frac{p}{2-p} < \beta \\ 1 - \sqrt{(1-p)(1-\beta^2)} & \beta \leq \frac{p}{2-p} \end{cases} \quad (\text{S10.9})$$

mellan täckningsfaktor och täckningssannolikhet. Fig. 2 visar hur täckningsfaktor  $k$  beror av kantparameter  $\beta$  för en täckningssannolikhet av 0,95.

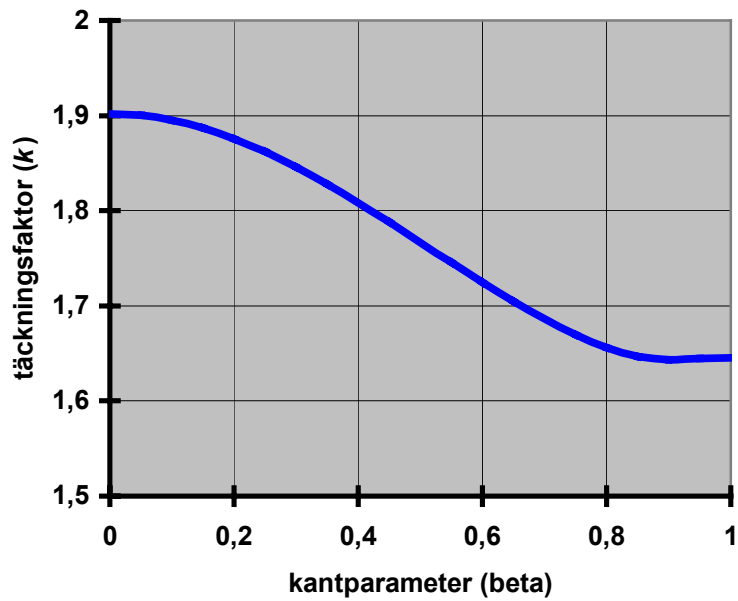


Fig. 2: Täckningsfaktorns  $k$  beroende av en trapetsfördelnings kantparameter  $\beta$  vid en täckningssannolikhet av 0,95.

Vid en täckningssannolikhet av 95 % beräknas täckningsfaktorn för en trapetsfördelning med kantparameter  $\beta < 0,90$  ur sambandet

$$k = \frac{1 - \sqrt{0,05(1 - \beta^2)}}{\sqrt{\frac{1 + \beta^2}{6}}} \quad (\text{S10.10})$$

## S11 Kalibrering av en blockkalibrator vid temperaturen 180 °C<sup>4</sup>

**S11.1** Inom ramen för en kalibrering mäts temperaturen som skall tilldelas en givarficka i en blockkalibrator för temperatur. Detta görs när visningen av den inbyggda temperaturmätaren har stabiliserats vid 180,0 °C. Givarfickans temperatur mäts med hjälp av en i fickan nedsänkt platinaresistanstermometer som används som arbetsnormal. Resistanstermometerens elektriska resistans mäts med hjälp av en ac resistansbrygga. Temperaturen  $t_x$  som skall tilldelas givarfickan som dess temperatur när den inbyggda temperaturmätaren visar 180,0 °C ges av uttrycket

$$t_x = t_s + \delta t_s + \delta t_D - \delta t_{iX} + \delta t_R + \delta t_A + \delta t_H + \delta t_V \quad (\text{S11.1})$$

där

- $t_s$  - arbetsnormalens temperatur erhållen från ac resistansmätningen,
- $\delta t_s$  - temperaturkorrektion härrörande från ac resistansmätningen,
- $\delta t_D$  - temperaturkorrektion på grund av drift i arbetsnormalens värde efter dess senaste kalibrering,
- $\delta t_{iX}$  - temperaturkorrektion på grund av begränsade möjligheter att ställa in blockkalibrators temperatur,
- $\delta t_R$  - temperaturkorrektion på grund av den radiella temperaturdifferensen mellan den inbyggda termometern och arbetsnormalen,
- $\delta t_A$  - temperaturkorrektion på grund av axiella temperaturgradienter i givarfickan,
- $\delta t_H$  - temperaturkorrektion på grund av hysteres mellan avläsningar erhållna för ökande och minskande temperatur,
- $\delta t_V$  - temperaturvariationen under mättiden.

Temperaturkorrektioner på grund av värmeledning längs arbetsnormalen har inte beaktats, eftersom den platinaresistanstermometer som används som arbetsnormal har en ytterdiameter  $d \leq 6$  mm. Tidigare undersökningar har nämligen visat att i sådant fall kan värmeledningseffekter längs normalen försummas.

<sup>4</sup> Ett liknande exempel finns i EA-10/13, *Guidelines on the Calibration of Temperature Block Calibrators*. Det har tagits med här i förenklad form för att belysa hur man inom ramen för en kalibrering tilldelar ett värde för en instruments visning. En sådan uppmärkning av ett mätinstrument är av grundläggande natur vid kalibreringar i olika områden av mätteknik och därför av stort intresse. Exemplet visar också att det finns två likvärdiga vägar för att lösa problemet, antingen att direkt tilldela ett värde för instrumentets visning eller att ange en korrektionsterm till visningen, varvid korrektionstermen vanligen kallas visningsfel.

- S11.2 Arbetsnormal ( $t_S$ ):** Kalibreringsbeviset för den resistanstermometer som används som arbetsnormal ger sambandet mellan resistans och temperatur. Den mätta resistansen svarar mot en temperatur av 180,1 °C med en tillhörande utvidgad mätosäkerhet  $U = 30$  mK (täckningsfaktor  $k = 2$ ).
- S11.3 Temperaturbestämning med hjälp av resistansmätning ( $\delta t_S$ ):** Den som arbetsnormal använda resistanstermometerns temperatur befinns vara 180,1 °C. Standardmätosäkerheten förknippad med resistansmätningen, omvandlad till temperatur, svarar mot  $u(\delta t_S) = 10$  mK.
- S11.4 Driften i arbetsnormalens temperatur ( $\delta t_D$ ):** Från allmän kunskap om den typ av resistanstermometrar som används som arbetsnormal vid mätningen kan man skatta att temperaturändringen på grund av resistansåldring sedan normalens senaste kalibrering är inom  $\pm 40$  mK.
- S11.5 Blockkalibrators inställbarhet ( $\delta t_{iX}$ ):** Blockkalibrators inbyggda kontrolltermometer har en upplösning av 0,1 K. Detta innebär att temperaturblockets termodynamiska tillstånd kan entydigt ställas in inom upplösningens gränserna  $\pm 50$  mK.
- Anmärkning:** Om visningen av den inbyggda kontrolltermometern inte är given i enheter av temperatur måste upplösningens gränser omvandlas till likvärdiga temperaturgränser genom att multiplicera visningen med tillämplig instrumentkonstant.
- S11.6 Radiell temperaturinhomogenitet ( $\delta t_R$ ):** Den radiella temperaturskillnaden mellan givarfickan och den inbyggda termometern har skattats vara inom  $\pm 100$  mK.
- S11.7 Axiell temperaturinhomogenitet ( $\delta t_A$ ):** Från mätningar på olika nedsänkingsdjup har temperaturavvikelserna härrörande från axiell temperaturinhomogenitet i givarfickan skattats att vara inom  $\pm 250$  mK.
- S11.8 Hystereseffekt ( $\delta t_H$ ):** Från referenstermometerns visning under mätcykler med ökande och minskande temperatur har temperaturavvikelsen i givarfickan på grund av hystereseffekten skattats att vara inom  $\pm 50$  mK.
- S11.9 Temperaturinstabilitet ( $\delta t_V$ ):** Temperaturvariationer på grund av temperaturrens instabilitet under mätningen som varar 30 min har skattats att vara inom  $\pm 30$  mK.
- S11.10 Korrelationer:** Inga instorheter anses vara avsevärt korrelerade.
- S11.11 Upprepade mätningar:** På grund av den inbyggda termometerns begränsade upplösning har ingen spridning i visningen kunnat iakttas och beaktas.



**S11.12 Mätosäkerhetsanalys ( $t_x$ )**

storhet $X_i$	skattning $x_i$	standard- mätosäkerhet $u(x_i)$	sannolik- hetsfördel- ning	känslighets- faktor $c_i$	mätosäker- hetsbidrag $u_i(y)$
$t_S$	180,1 °C	15 mK	normal	1,0	15 mK
$\delta t_S$	0,0 °C	10 mK	normal	1,0	10 mK
$\delta t_D$	0,0 °C	23 mK	rektangulär	1,0	23 mK
$\delta t_{iX}$	0,0 °C	29 mK	rektangulär	-1,0	-29 mK
$\delta t_R$	0,0 °C	58 mK	rektangulär	1,0	58 mK
$\delta t_A$	0,0 °C	144 mK	rektangulär	1,0	144 mK
$\delta t_H$	0,0 °C	29 mK	rektangulär	1,0	29 mK
$\delta t_V$	0,0 °C	17 mK	rektangulär	1,0	17 mK
$t_x$	180,1 °C				164 mK

**S11.13 Utvidgad mätosäkerhet**

Standardmätosäkerheten som förknippas med resultatet domineras klart av effekten av den okända temperaturkorrektionen på grund av den axiella temperaturgradienten i givarfickan och den radiella temperaturdifferensen mellan den inbyggda termometern och arbetsnormalen. Den slutliga fördelningen är inte normal utan väsentligen trapetsformad. Täckningsfaktorn som svarar mot kantparametern  $\beta = 0,43$  är enligt avsnitt S10.13  $k = 1,81$ .

$$U = k \cdot u(t_x) = 1,81 \cdot 164 \text{ mK} \cong 0,3 \text{ K}$$

**S11.14 Redovisat resultat**

Givarfickan tilldelas temperaturen  $180,1 \text{ °C} \pm 0,3 \text{ C}$  för den inbyggda termometerns visning av  $180,0 \text{ °C}$ .

Den angivna utvidgade mätosäkerheten är produkten av standardmätosäkerhet och täckningsfaktorn  $k = 1,81$  som gäller för den antagna trapetsformiga sannolikhetsfördelningen vid en täckningssannolikhet av 95 %.

**S11.15 Matematisk förklaring beträffande modellen**

Det finns mättekniker som tycker att det är egendomligt att kontrolltermometerns visning inte uppträder explicit i modellfunktionen i ekv. (S11.1). För att komma dem till mötes kan man omformulera problemet genom att utgå från den inbyggda termometerns visningsfel

$$E_x = t_x - t_i \quad (\text{S11.2})$$

som ger modellekvationen

$$E_x = t_S - t_i + \delta t_S + \delta t_D - \delta t_{iX} + \delta t_R + \delta t_A + \delta t_H + \delta t_V \quad (\text{S11.3})$$

Visningen  $t_i$  är ett nominellt värde och medför en förskjutning i mätstorhetens (dvs. visningsfelets) värde. Visningen bidrar därför inte till den mätosäkerhet

$$u(E_x) = u(t_x) \quad (\text{S11.4})$$

som förknippas med visningsfelet. Modellfunktionen enligt ekv. (S11.1) kan återfås ur ekv. (S11.3) genom att använda visningsfelets definition enligt ekv. (S11.2).

Denna anmärkning visar att det inte nödvändigtvis finns bara ett sätt att välja utvärderingsmodell. Mätteknikern har möjlighet att välja den modell som bäst passar den enskildes vanor och sätt att angripa problemet. Modellfunktioner som kan transformeras matematiskt till varandra representerar samma mätsituation. För de fall som innefattar en kontinuerlig följd av visningar, som för den ifrågasvarande blockkalibratören, utgör modellfunktioner som är förbundna med varandra via linjära transformationer likvärdiga uttryck för mätproblemet.

## S12 Kalibrering av en hushållsvattenmätare

**S12.1** Kalibrering av en vattenmätare innebär att man bestämmer dess relativa visningsfel inom det tillämpliga flödesområdet. Mätningen görs med hjälp av en provningsrigg som tillhandahåller ett vattenflöde vid ett tryck av omkring 500 kPa, ett värde som är typisk för kommunala vattenledningssystem. Vattnet samlas upp i en öppen tank som är kalibrerad och som utgör jämförelsevolymen. Tanken är tom men fuktad vid mätningens början. Uppsamlingstanken har en smal hals vid vilken en skala är fäst. Med hjälp av skalan bestäms fyllningens nivå. Mätaren som skall kalibreras kopplas mellan högtanken och uppsamlingstanken. Mätaren har ett mekaniskt räkneverk med visare. Mätningen görs vid ett flöde av 2500 l/h med stående start och stopp, vilket innebär att flödet är noll både vid mätningens början och dess slut. Mätarens visning noteras vid mätningens början och dess slut. Uppsamlingstankens nivå noteras vid mätningens slut. Även vattnets temperatur och tryck vid mätaren noteras, liksom vattnets temperatur i uppsamlingstanken.

**S12.2** Relativa visningsfelet  $e_x$  för en enstaka körning definieras som

$$e_x = \frac{\Delta V_{ix} + \delta V_{ix2} - \delta V_{ix1}}{V_x} - 1 \quad (\text{S12.1})$$

där

$$V_x = (V_{is} + \delta V_{is})(1 + \alpha_s(t_s - t_0))(1 + \alpha_w(t_x - t_s))(1 - \kappa_w(p_x - p_s)) \quad (\text{S12.2})$$

med

- $\Delta V_{ix} = V_{ix2} - V_{ix1}$  - skillnaden mellan mätarens visningar,
- $V_{ix1}, V_{ix2}$  - mätarens visning vid mätningens början och vid dess slut,
- $\delta V_{ix1}, \delta V_{ix2}$  - korrektioner på grund av mätarvisningens ändliga upplösning,
- $V_x$  - volym som har passerat mätaren under mätningen vid förhandenvarande betingelser, dvs. tryck  $p_x$  och temperatur  $t_x$  vid mätarens intag,
- $V_{is}$  - på uppsamlingstankens skala avläst volym vid mätningens slut,
- $\delta V_{is}$  - korrektion av avläst volym på uppsamlingstankens skala på grund av skalans ändliga upplösning,
- $\alpha_s$  - volymutvidgningskoefficienten för det material som uppsamlingstanken är gjord av,
- $t_s$  - uppsamlingstankens temperatur,
- $t_0$  - referenstemperatur vid vilken uppsamlingstanken har kalibrerats,
- $\alpha_w$  - vattnets volymutvidgningskoefficient,
- $t_x$  - vattentemperaturen vid mätarens intag,
- $\kappa_w$  - vattnets kompressibilitet,
- $p_s$  - trycket i uppsamlingstanken (noll om övertryck avses),
- $p_x$  - vattnets tryck vid mätarens intag.

- S12.3 Uppsamlingsstanken ( $V_{is}, t_0$ ):** Enligt kalibreringsbeviset motsvarar skalmärket 200 l vid referenstemperaturen  $t_0 = 20\text{ °C}$  volymen 200 l med en tillhörande relativ utvidgad mätosäkerhet av 0,1 % ( $k = 2$ ). Den utvidgade mätosäkerheten är därmed 0,2 l ( $k = 2$ ).
- S12.4 Upplösningen av uppsamlingsstankens skala ( $\delta V_{is}$ ):** Vattennivån i uppsamlingsstanken kan bestämmas inom  $\pm 1$  mm. Då tankens skalfaktor är 0,02 l/mm är den maximala avvikelserna av vattenvolymen från den observerade således inom  $\pm 0,02$  l.
- S12.5 Vattnets och uppsamlingsstankens temperatur ( $\alpha_s, t_s$ ):** Vattnets temperatur i uppsamlingsstanken har befunnits vara  $15\text{ °C}$  inom  $\pm 2$  K. I dessa gränser omfattas alla tänkbara osäkerhetskällor, såsom temperaturgivarens kalibrering, visningens upplösning och temperaturgradienterna i tanken. Volymutvidgningskoefficienten för det material som tanken är gjord av (stål) har hämtats från en materialhandbok och antas vara en konstant med värdet  $\alpha_s = 51 \cdot 10^{-6}\text{ K}^{-1}$  i det betraktade temperaturintervallet. Eftersom ingen uppgift ges om värdets mätosäkerhet antas det att värdet är känt inom dess minst signifikanta siffra. Okända avvikelser antas vara inom avrundningsgränserna  $\pm 0,5 \cdot 10^{-6}\text{ K}^{-1}$ .
- S12.6 Vattentemperaturen vid mätaren ( $\alpha_w, t_x$ ):** Vattentemperaturen vid mätaren har befunnits vara  $16\text{ °C}$  inom  $\pm 2$  K. I dessa gränser omfattas alla tänkbara osäkerhetskällor, såsom bidragen från givarnas kalibrering, visningens upplösning och små temperaturskillnader inom en körning. Vattnets volymutvidgningskoefficient har hämtats från en materialhandbok och antas vara en konstant med värdet  $\alpha_w = 0,15 \cdot 10^{-3}\text{ K}^{-1}$  i det betraktade temperaturintervallet. Eftersom ingen uppgift ges om värdets mätosäkerhet antas det att värdet är känt inom dess minst signifikanta siffra. Okända avvikelser antas vara inom avrundningsgränserna  $\pm 5 \cdot 10^{-6}\text{ K}^{-1}$ .
- S12.7 Vattnets tryckskillnad mellan mätaren och uppsamlingsstanken ( $\kappa_w, p_s, p_x$ ):** Vattnets övertryck vid mätarens intag är 500 kPa med relativa avvikelser inom  $\pm 10\%$ . På sin väg från mätaren till uppsamlingsstanken expanderar vattnet till ett övertryck av 0 kPa (rådande atmosfärstryck). Vattnets kompressibilitet har hämtats från en materialhandbok och antas vara en konstant med värdet  $\kappa_w = 0,46 \cdot 10^{-6}\text{ kPa}^{-1}$  i det betraktade temperaturintervallet. Eftersom ingen uppgift ges om värdets mätosäkerhet antas det att värdet är känt inom dess minst signifikanta siffra. Okända avvikelser antas vara inom avrundningsgränserna  $\pm 0,005 \cdot 10^{-6}\text{ kPa}^{-1}$ .
- S12.8 Korrelation:** Inga instorheter antas vara avsevärt korrelerade.

S12.9 Mätosäkerhetsanalys ( $V_X$ )

storhet $X_i$	skattning $x_i$	standard- mätosäkerhet $u(x_i)$	sannolik- hetsfördel- ning	känslighets- faktor $c_i$	mätosäker- hetsbidrag $u_i(y)$
$V_{iS}$	200,02 l	0,10 l	normal	1,0	0,10 l
$\delta V_{iS}$	0,0 l	0,0115 l	rektangulär	1,0	0,0115 l
$\alpha_S$	$51 \cdot 10^{-6} \text{ K}^{-1}$	$0,29 \cdot 10^{-6} \text{ K}^{-1}$	rektangulär	-1000 l·K	$-0,29 \cdot 10^{-3} \text{ l}$
$t_S$	15°C	1,15 K	rektangulär	$-0,0198 \text{ l} \cdot \text{K}^{-1}$	-0,0228 l
$\alpha_W$	$0,15 \cdot 10^{-3} \text{ K}^{-1}$	$2,9 \cdot 10^{-6} \text{ K}^{-1}$	rektangulär	200 l·K	$0,58 \cdot 10^{-3} \text{ l}$
$t_X$	16°C	1,15 K	rektangulär	$-0,0300 \text{ l} \cdot \text{K}^{-1}$	-0,0346 l
$\kappa_W$	$0,46 \cdot 10^{-6} \text{ kPa}^{-1}$	$2,9 \cdot 10^{-6} \text{ kPa}^{-1}$	rektangulär	-100 l·kPa	$-0,29 \cdot 10^{-3} \text{ l}$
$p_X$	500 kPa	29 kPa	rektangulär	$-9,2 \cdot 10^{-6} \text{ l} \cdot \text{kPa}^{-1}$	-0,0027 l
$p_S$	0,0 Pa	-	-	-	-
$V_X$	199,95 l				0,109 l

Standardmätosäkerheten som förknippas med mätresultatet domineras uppenbarligen av volymvisningen på uppsamlingstankens skala. Den slutliga fördelningen är inte normal utan väsentligen rektangulär. Detta måste man hålla i minnet i den fortsatta mätosäkerhetsutvärderingen.

**S12.10 Mätarens visning ( $\Delta V_{iX}$ ,  $\delta V_{iX1}$ ,  $\delta V_{iX2}$ ):** Den kalibrerade vattenmätaren har en upplösning av 0,2 l, vilket medför att de maximala avvikelserna på grund av mätarens upplösning vid båda avläsningarna är inom  $\pm 0,1 \text{ l}$ .

S12.11 Mätosäkerhetsanalys ( $e_X$ )

storhet $X_i$	skattning $x_i$	standard- mätosäker- het $u(x_i)$	sannolik- hetsfördel- ning	känslighets- faktor $c_i$	mätosäker- hetsbidrag $u_i(y)$
$\Delta V_{iX}$	200,0 l	-	nominal	-	-
$\delta V_{iX1}$	0,0 l	0,058 l	rektangulär	$-5,0 \cdot 10^{-3} \text{ l}^{-1}$	$-0,29 \cdot 10^{-3}$
$\delta V_{iX2}$	0,0 l	0,058 l	rektangulär	$5,0 \cdot 10^{-3} \text{ l}^{-1}$	$0,29 \cdot 10^{-3}$
$V_X$	199,95 l	0,109 l	rektangulär	$-5,0 \cdot 10^{-3} \text{ l}^{-1}$	$-0,55 \cdot 10^{-3}$
$e_X$	0,000 3				$0,68 \cdot 10^{-3}$

**S12.12 Mätarens repeterbarhet**

Den kalibrerade mätarens relativa visningsfel uppvisar betydande spridning vid ett och samma flöde, 2 500 l/h. Därför bestäms visningsfelet tre gånger. Resultaten från dessa tre körningar betraktas som oberoende mätningar  $e_{X_j}$  i den modell som beskriver visningsfelets medelvärde  $e_{X_{av}}$ :

$$e_{X_{av}} = e_X + \delta e_X \quad (\text{S12.3})$$

där

- $e_X$  - relativt visningsfel i enstaka körning,
- $\delta e_X$  - korrektion av relativt visningsfel erhållet i olika körningar på grund av mätarens bristande repeterbarhet.

**S12.13 Mätningar ( $e_X$ )**

Nr.	observerat relativt visningsfel
1	0,000 3
2	0,000 5
3	0,002 2

aritmetiskt medelvärde:

$$\bar{e}_X = 0,001$$

experimentell standardavvikelse:

$$s(e_{X_j}) = 0,001$$

standardmätosäkerhet:

$$u(\bar{e}_X) = s(\bar{e}_X) = \frac{0,001}{\sqrt{3}} = 0,000 60$$

**S12.14 Mätosäkerhetsanalys ( $e_{X_{av}}$ )**

storhet	skattning	standardmätosäkerhet	antalet frihetsgrader	sannolikhetsfördelning	känslighetsfaktor	mätosäkerhetsbidrag
$X_i$	$x_i$	$u(x_i)$	$\nu_{\text{eff}}$		$c_i$	$u_i(y)$
$e_X$	0,001	$0,60 \cdot 10^{-3}$	2	normal	1,0	$0,60 \cdot 10^{-3}$
$\delta e_X$	0,0	$0,68 \cdot 10^{-3}$	$\infty$	normal	1,0	$0,68 \cdot 10^{-3}$
$e_{X_{av}}$	0,001		10			$0,91 \cdot 10^{-3}$

**S12.15 Utvidgad mätosäkerhet**

Då det effektiva antalet frihetsgrader för den standardmätosäkerhet som förknippas med medelvärdet av det relativa visningsfelet är litet måste den vanliga täckningsfaktorn modifieras enligt tabell E1. Den utvidgade mätosäkerheten är

$$U = k \cdot u(e_{X_{av}}) = 2,28 \cdot 0,91 \cdot 10^{-3} \cong 2 \cdot 10^{-3}$$

### S12.16 Resultatangivelse

Vid ett flöde av 2 500 l/h är medelvärdet av det relativa visningsfelet  $0,001 \pm 0,002$ . Den angivna utvidgade mätosäkerheten är produkten av standardmätosäkerheten och täckningsfaktorn  $k = 2,28$  som för en  $t$ -fördelning med  $\nu_{\text{eff}} = 10$  effektiva frihetsgrader svarar mot en täckningssannolikhet av ca 95 %.

## **S13 Kalibrering av en ringtolck med nominell diameter 90 mm**

**S13.1** En ringtolck av stål med nominell innerdiameter  $D_x = 90$  mm kalibreras enligt den procedur som beskrivs i EA 10/06 (EAL G-29). Man använder en längdkomparator av Abbetyp och en inställningsring av stål med en nominell innerdiameter ( $D_s = 40$  mm) som skiljer sig väsentligt från kalibrerings-objektets. I detta fall är både längdkomparatorn och inställningsringen arbets-normaler. Ringarna spänns varsamt i tur och ordning fast på ett bord som har fyra frihetsgrader och är försett med alla lägeselement för objektens inriktning. Ringarna bringas i flera diametralt motsatta punkter i kontakt med två C-formade armar som är fästade vid den fasta spindeln respektive mätspindeln. De C-formade armarna är försedda med sfäriska kontaktelement. Mätkraften åstadkoms med hjälp av en spännvikt som säkerställer att kraften är konstant på nominellt 1,5 N över hela mätområdet. Mätspindeln är fast förbunden med mät huvudet till en stålskala som har upplösningen 0,1  $\mu\text{m}$ . Genom regelbundna kontroller har det bekräftats att komparatorns skala uppfyller tillverkarens specifikationer för största tillåtna fel.

Omgivningstemperaturen övervakas för att upprätthålla de omgivningsvillkor som anges i kalibreringsrutinen. Temperaturen i komparatorns arbetsvolym hålls vid 20 °C inom  $\pm 0,5$  K. Man ser till att ringarna och komparatorskalan bibehåller omgivningstemperaturen under hela kalibreringen.



**S13.2** Den kalibrerade ringtolkens diameter  $d_x$  vid referenstemperaturen  $t_0 = 20\text{ °C}$  erhålls ur sambandet

$$d_x = d_s + \Delta l + \delta l_i + \delta l_T + \delta l_P + \delta l_E + \delta l_A \quad (\text{S13.1})$$

där:

- $d_s$  - inställningsringens diameter vid referenstemperaturen,
- $\Delta l$  - observerad skillnad i mätspindelns förflyttning när kontaktpetsarna berör ringarnas inre yta i två diametralt motsatta punkter,
- $\delta l_i$  - korrektion för komparatorns visningsfel,
- $\delta l_T$  - korrektion på grund av temperatureffekter gällande ringtolken, inställningsringen och komparatorns streckskala,
- $\delta l_P$  - korrektion på grund av probernas axiella inriktningsfel i förhållande till mätlinjen,
- $\delta l_E$  - korrektion på grund av skillnader i ringtolkens och inställningsringens elastiska deformation,
- $\delta l_A$  - korrektion på grund av skillnaden i komparatorns Abbe-fel vid mätning av ringtolkens och inställningsringens diametrar.

**S13.3 Inställningsring ( $d_s$ ):** Inställningsringens innerdiameter och den tillhörande utvidgade mätosäkerheten är enligt kalibreringsbeviset  $40,0007\text{ mm} \pm 0,2\ \mu\text{m}$  (täckningsfaktor  $k = 2$ )

**S13.4 Komparator ( $\delta l_i$ ):** Korrektionerna för komparatorskalans visningsfel har bestämts av tillverkaren och förlagrats elektroniskt. Eventuella återstoder är inom tillverkarens specifikationer  $\pm(0,3\ \mu\text{m} + 1,5 \cdot 10^{-6} \cdot l_i)$ , där  $l_i$  är den avlästa längden. Överensstämmelse med specifikationerna säkerställs genom periodiska kontroller. För den aktuella längdskillnaden  $D_x - D_s = 50\text{ mm}$  skattas de okända återstoderna således vara inom  $\pm 0,375\ \mu\text{m}$ .

**S13.5 Temperaturkorrektioner ( $\delta l_T$ ):** Man ser till att ringtolken, inställningsringen och komparatorskalan bibehåller omgivningstemperaturen under hela kalibreringen. Genom tidigare mätningar och allmän kunskap om mätsystemet kan det säkerställas att avvikelserna av ringtolkens, inställningsringens och komparatorskalans temperatur från omgivningstemperaturen håller sig inom  $\pm 0,2\text{ K}$ . Mättrumets temperatur skattas att vara konstant inom  $\pm 0,5\text{ K}$ . Kunskapen om mätsituationen kan därför bäst beskrivas genom omgivningstemperaturens avvikelse från referenstemperaturen och avvikelser av ringtolkens, inställningsringens och komparatorskalans (linjalens) temperatur från

omgivningstemperaturen. Korrektionen  $\delta l_T$  på grund av temperaturs påverkan bestäms enligt följande modell:

$$\delta l_T = (D_S \cdot (\alpha_S - \alpha_R) - D_X \cdot (\alpha_X - \alpha_R)) \cdot \Delta t_A + D_S \cdot \alpha_S \cdot \delta t_S - D_X \cdot \alpha_X \cdot \delta t_X - (D_S - D_X) \cdot \alpha_R \cdot \delta t_R \quad (\text{S13.2})$$

där

- $D_X, D_S$  - ringtolkens och inställningsringens nominella diametrar,  
 $\alpha_X, \alpha_S, \alpha_R$  - ringtolkens, inställningsringens och komparatorskalans (linjalens) längdutvidgningskoefficienter,  
 $\Delta t_A = t_A - t_0$  - avvikelse av mätrummetts temperatur från referenstemperaturen  $t_0 = 20^\circ\text{C}$ ,  
 $\delta t_X, \delta t_S, \delta t_R$  - avvikelser av ringtolkens, inställningsringens och komparatorskalans temperatur från omgivningstemperaturen.

Eftersom väntevärdena för de fyra temperaturskillnaderna som ingår i ekv. (S13.2) är noll, kommer den vanliga linjäriserade versionen av mätosäkerhetsanalysen inte att innehålla effekterna av den mätosäkerhet som förknippas med de tre längdutvidgningskoefficienterna. Som omtalas i avsnitt S4.13 måste den icke-linjära versionen användas för att bestämma standardmätosäkerheten som förknippas med de fyra produkttermerna

$$\begin{aligned} \delta l_{TA} &= (D_S \cdot (\alpha_S - \alpha_R) - D_X \cdot (\alpha_X - \alpha_R)) \cdot \Delta t_A \\ \delta l_{TS} &= D_S \cdot \alpha_S \cdot \delta t_S \\ \delta l_{TX} &= D_X \cdot \alpha_X \cdot \delta t_X \\ \delta l_{TR} &= (D_S - D_X) \cdot \alpha_R \cdot \delta t_R \end{aligned} \quad (\text{S13.3})$$

Med ledning av uppgifter i inställningsringens kalibreringsbevis och tillverkarens data för ringtolken och komparatorskalan kan man anta att längdutvidgningskoefficienterna är inom intervallet  $(11,5 \pm 1,0) 10^{-6} \text{ }^\circ\text{K}^{-1}$ . Genom att använda detta värde och ovan angivna gränser för temperaturvariationen finner man att de fyra produkttermerna är  $u(\delta l_{\text{TA}}) = 0,012 \text{ } \mu\text{m}$ ,  $u(\delta l_{\text{TS}}) = 0,053 \text{ } \mu\text{m}$ ,  $u(\delta l_{\text{TX}}) = 0,12 \text{ } \mu\text{m}$  och  $u(\delta l_{\text{TR}}) = 0,066 \text{ } \mu\text{m}$ . Från dessa värden erhålls standardmätosäkerheten förknippad med de sammanlagda temperaturkorrektionerna med hjälp av följande delanalys av mätosäkerheten:

storhet $X_i$	skattning	standard- mätosäkerhet $u(x_i)$	sannolik- hetsfördel- ning	känslighets- faktor $c_i$	sannolik- hetsbidrag $u_i(y)$
$\delta l_{\text{TA}}$	0,0 $\mu\text{m}$	0,012 $\mu\text{m}$	-	1,0	0,012 $\mu\text{m}$
$\delta l_{\text{TS}}$	0,0 $\mu\text{m}$	0,053 $\mu\text{m}$	-	1,0	0,053 $\mu\text{m}$
$\delta l_{\text{TX}}$	0,0 $\mu\text{m}$	0,12 $\mu\text{m}$	-	1,0	0,12 $\mu\text{m}$
$\delta l_{\text{TR}}$	0,0 $\mu\text{m}$	0,066 $\mu\text{m}$	-	1,0	0,066 $\mu\text{m}$
$\delta l_{\text{T}}$	0,0 $\mu\text{m}$				0,15 $\mu\text{m}$

**S13.6 Korrektion för axiellt inriktningsfel ( $\delta l_{\text{p}}$ ):** Axiellt inriktningsfel av de två sfäriska proberna i förhållande till mätlinjen antas vara inom  $\pm 20 \text{ } \mu\text{m}$ . Genom att använda de ekvationer som ges i den matematiska förklaringen i avsnitt S13.13 får man följande ekvationer för korrektionen av möjliga inriktningsfel och den tillhörande mätosäkerheten:

$$\delta l_{\text{p}} = 2 \cdot \left( \frac{1}{D_{\text{x}}} - \frac{1}{D_{\text{s}}} \right) \cdot u^2(\delta c) \quad (\text{S13.4})$$

$$u^2(\delta l_{\text{p}}) = \frac{16}{5} \cdot \left( \frac{1}{D_{\text{x}}^2} + \frac{1}{D_{\text{s}}^2} \right) \cdot u^4(\delta c) \quad (\text{S13.5})$$

Här är  $\delta c$  det lilla avståndet från ringens centrum till den mätta kordan. De resulterande värdena för korrektionen och den tillhörande standardmätosäkerheten är  $\delta l_{\text{p}} \cong -0,004 \text{ } \mu\text{m}$  och  $u(\delta l_{\text{p}}) \cong 0,0065 \text{ } \mu\text{m}$ . Av mätosäkerhetsanalysen i avsnitt S13.10 framgår att dessa värden är två storleksordningar mindre än de övriga bidragen. Man behöver därför under de rådande betingelserna inte ta hänsyn till deras inverkan.

**S13.7 Korrektion för elastiska deformationer ( $\delta l_{\text{E}}$ ):** Ringtolkens och inställningsringens elastiska deformation bestäms inte inom ramen för denna mätning. Från tidigare erfarenhet skattas effekterna från elastisk deformation vara inom  $\pm 0,03 \text{ } \mu\text{m}$ .

**S13.8 Korrektion för Abbe-fel ( $\delta l_{\text{A}}$ ):** Aktuella värden för komparatorns Abbe-fel bestäms inte i denna mätning. Från erfarenhet och komparatorns regelbundna kontroller skattas effekterna från Abbe-felet vara inom  $\pm 0,02 \text{ } \mu\text{m}$ .

**S13.9 Mätningar ( $\Delta l$ ):** Följande avläsningar görs av ringtolkens och inställningsringens innerdiameter:

Nr.	Objekt	Avläsning	Mätstorhet
1	inställningsring	0 under detta steg nollställs kompara- tors visningsanord- ning	diameter i den nominella rikt- ningen i ringens symmetriplan vinkelrätt mot ringens axel
2	ringtolk	49,999 35 mm	diameter i den nominella rikt- ningen i ringens symmetriplan vinkelrätt mot ringens axel
3	ringtolk	49,999 11 mm	diameter i symmetriplanet vinkel- rätt mot ringens axel, roterad kring axeln med +1 mm på peri- ferin i förhållande till den nomi- nella riktningen
4	ringtolk	49,999 72 mm	diameter i symmetriplanet vinkel- rätt mot ringens axel, roterad kring axeln med -1 mm på perife- rin i förhållande till den nomi- nella riktningen
5	ringtolk	49,999 54 mm	diameter i den nominella rikt- ningen i ett plan som är parallellt med symmetriplanet vinkelrätt mot ringens axel men förskjutet 1 mm uppåt
6	ringtolk	49,999 96 mm	diameter i den nominella rikt- ningen i ett plan som är parallellt med symmetriplanet vinkelrätt mot ringens axel men förskjutet 1 mm nedåt

Avläsningarna kan delas i två grupper, nämligen (1) avläsningen av inställningsringens diameter (avläsning nr. 1) som används för att nollställa komparators visningsanordning och (2) avläsningarna av ringtolkens diameter (avläsningarna nr. 2 - 6) som ger den följande skillnaden mellan diametrarna:

aritmetiskt medelvärde

$$\overline{\Delta l} = 49,999\ 54\ \text{mm}$$

standardavvikelse hos enstaka avläsning

$$s(\Delta l) = 0,33\ \mu\text{m}$$

medelvärdets standardavvikelse

$$s(\overline{\Delta l}) = \frac{s(\Delta l)}{\sqrt{5}} = 0,15\ \mu\text{m}$$

Standardavvikelsen för enstaka avläsning  $s(\Delta l) = 0,33 \mu\text{m}$  innefattar effekterna såväl från ringtolkens avvikelser som från komparatorns bristande repeterbarhet. För att erhålla den standardmätosäkerhet som förknippas med det observerade medelvärdet av diametrarnas skillnad måste även mätosäkerheten som härrör från nollställning av komparatorns visningsanordning beaktas. Detta härleds från den poolade skattningen av standardavvikelse,  $s_p(0) = 0,25 \mu\text{m}$ , som man har erhållit i en tidigare mätning under samma mätbetingelser. Den resulterande standardmätosäkerhet som förknippas med diametrarnas observerade skillnad är

$$u(\Delta l) = \sqrt{s^2(\Delta l) + s_p^2(0)} = 0,30 \mu\text{m}$$

### S13.10 Mätosäkerhetsanalys ( $d_x$ )

storhet $X_i$	skattning $x_i$	standard- mätosäkerhet $u(x_i)$	sannolik- hetsfördel- ning	känslig- hetsfaktor $c_i$	mätosäker- hetsbidrag $u_i(y)$
$d_s$	40,000 7 mm	0,10 $\mu\text{m}$	normal	1,0	0,10 $\mu\text{m}$
$\Delta l$	49,999 55 mm	0,30 $\mu\text{m}$	normal	1,0	0,30 $\mu\text{m}$
$\delta l_i$	0,0 mm	0,22 $\mu\text{m}$	rektangulär	1,0	0,22 $\mu\text{m}$
$\delta l_T$	0,0 mm	0,15 $\mu\text{m}$	normal	1,0	0,15 $\mu\text{m}$
$\delta l_P$	0,000 004 mm	0,0065 $\mu\text{m}$	rektangulär	1,0	0,0065 $\mu\text{m}$
$\delta l_E$	0,0 mm	0,018 $\mu\text{m}$	rektangulär	1,0	0,018 $\mu\text{m}$
$\delta l_A$	0,0 mm	0,012 $\mu\text{m}$	rektangulär	1,0	0,012 $\mu\text{m}$
$d_x$	90,000 25 mm				0,433 $\mu\text{m}$

### S13.11 Utvidgad mätosäkerhet

$$U = k \cdot u(d_x) = 2 \cdot 0,433 \mu\text{m} \cong 0,9 \mu\text{m}$$

### S13.12 Resultatangivelse

Ringtolkens diameter är (90,000 2  $\pm$  0,000 9) mm.

Den angivna utvidgade mätosäkerheten är produkten av standardmätosäkerhet och täckningsfaktorn  $k = 2$  som för en normalfördelning svarar mot en täcknings-sannolikhet av ca 95 %.

**S13.13 Matematisk förklaring beträffande inriktningsfel**

Eftersom man inte kan justera ringarna exakt med hänsyn till komparatorns mätaxel bestämmer man i denna mätning för respektive ring egentligen längden av en korda i närheten av ringens diameter. Kordans längd  $d'$  som bestäms i mätningen är relaterad till ringens diameter  $d$  genom sambandet

$$d' = d \cdot \cos(\delta\varphi) \cong d \cdot \left(1 - \frac{1}{2}(\delta\varphi)^2\right) \quad (\text{S13.6})$$

där  $\delta\varphi$  är den lilla komplementvinkeln till kordans halva centralvinkel. Denna vinkel är å andra sidan relaterad till det lilla avståndet  $\delta c$  som kordan har till ringens centrum genom sambandet

$$\delta c = \frac{1}{2} \cdot d \cdot \sin(\delta\varphi) \cong \frac{1}{2} \cdot d \cdot \delta\varphi \quad (\text{S13.7})$$

så att ekv. (S13.6) kan skrivas om som

$$d' \cong d - 2 \frac{(\delta c)^2}{D} \quad (\text{S13.8})$$

där ringens diameter  $d$  i kvoten har ersatts med ringens nominella diameter  $D$ . Detta kan man göra eftersom kvoten är liten i förhållande till  $d$ . Diameterns bästa skattning får man genom att låta väntevärdet av det sista sambandet vara

$$d = d' + 2 \frac{u^2(\delta c)}{D} \quad (\text{S13.9})$$

Här har man tagit hänsyn till att väntevärdet av det lilla avståndet  $\delta c$  är noll. Det måste hållas i minnet att betydelsen av  $d$ ,  $d'$  och  $\delta c$  i ekv. (S13.8) och ekv. (S13.9) inte är identiska, i och med att dessa beteckningar i ekv. (S13.8) representerar stokastiska variabler och i ekv. (S13.9) dessa storheters väntevärden. Eftersom en stokastisk variabels varians är lika med väntevärdet av kvadraten på dess avvikelse från variabelns väntevärde är enligt ekv. (S13.8) kvadraten på den mätosäkerhet som förknippas med ringens diameter

$$u^2(d) = u^2(d') + 4 \cdot (\alpha - 1) \frac{u^4(\delta c)}{D^2} \quad (\text{S13.10})$$

med

$$\alpha = \frac{m_4(\delta c)}{m_2^2(\delta c)} \quad (\text{S13.11})$$

som kvoten mellan det lilla avståndets  $\delta c$  centralmoment av fjärde ordningen och kvadraten på dess centralmoment av andra ordningen. Denna kvot beror av formen på den fördelning som antas gälla för  $\delta c$ . Det får värdet  $\alpha = 9/5$  om  $\delta c$  antas vara rektangulärt fördelad så att i detta fall uttrycks standard-mätosäkerheten förknippad med diametern genom

$$u^2(d) = u^2(d') + \frac{16}{5} \cdot \frac{u^4(\delta c)}{D^2} \quad (\text{S13.12})$$