

VEREIN DEUTSCHER INGENIEURE  VERBAND DER ELEKTROTECHNIK ELEKTRONIK INFORMATIONSTECHNIK  DEUTSCHE GESELLSCHAFT FÜR QUALITÄT  DEUTSCHER KALIBRIERDIENST	<b>Kalibrieren von Messmitteln für elektrische Größen</b> <b>Methoden zur Ermittlung der Messunsicherheit</b>  <b>Calibration of measuring means for electrical quantities</b> <b>Methods for the determination of the measurement uncertainty</b>	<b>VDI/VDE/DGQ/ DKD 2622</b>  Blatt 2 / Part 2  <b>Ausg. deutsch/englisch Issue German/English</b>
--	--	--

Die deutsche Version dieser Richtlinie ist verbindlich.

The German version of this guideline shall be taken as authoritative. No guarantee can be given with respect to the English translation.

Inhalt	Seite	Contents	Page
Vorbemerkung . . . . .	2	Preliminary note . . . . .	2
<b>1 Zweck und Geltungsbereich . . . . .</b>	<b>2</b>	<b>1 Purpose and scope of application . . . . .</b>	<b>2</b>
<b>2 Mathematische Grundlagen . . . . .</b>	<b>3</b>	<b>2 Mathematical bases . . . . .</b>	<b>3</b>
2.1 Wiederholt gemessene Größen (Ermittlungsmethode A) . . . . .	3	2.1 Quantities repeatedly measured (method A of evaluation) . . . . .	3
2.2 Einzelwerte und Einflussgrößen (Ermittlungsmethode B) . . . . .	4	2.2 Single values and influence quantities (method B of evaluation) . . . . .	4
2.3 Ermittlung der Messunsicherheit des Messergebnisses . . . . .	5	2.3 Determination of the measurement uncertainty associated with the measurement result . . . . .	5
<b>3 Modellbildung und Unsicherheitsanalyse . . . . .</b>	<b>6</b>	<b>3 Modelling and uncertainty analysis . . . . .</b>	<b>6</b>
3.1 Direkte Messung . . . . .	6	3.1 Direct measurement . . . . .	6
3.2 Differenzmessung oder Nullverfahren . . . . .	10	3.2 Differential measurement or nulling method . . . . .	10
3.3 Substitutionsverfahren . . . . .	11	3.3 Substitution method . . . . .	11
3.4 Modellfunktion als Summe oder Differenz der Eingangsgrößen . . . . .	12	3.4 Model of evaluation as sum or difference of input values . . . . .	12
3.5 Modellfunktion als Produkt oder Quotient der Eingangsgrößen . . . . .	13	3.5 Model of evaluation as product or quotient of input values . . . . .	13
<b>4 Voraussetzungen für verlässliche Messungen</b>	<b>13</b>	<b>4 Prerequisites for reliable measurements . . . . .</b>	<b>13</b>
4.1 Messgeräte . . . . .	13	4.1 Measuring instruments . . . . .	13
4.2 Umgebungsbedingungen . . . . .	14	4.2 Ambient conditions . . . . .	14
4.3 Schaltungsaufbau . . . . .	15	4.3 Circuit design . . . . .	15
4.4 Beobachter . . . . .	16	4.4 Observer . . . . .	16
Schrifttum . . . . .	17	Bibliography . . . . .	17
<b>Anhang A</b> Kennlinien zur Bestimmung des Verhältnisses aus Messwert und Bezugswert . . . . .	<b>18</b>	<b>Annex A</b> Characteristics for the determination of the ratio between measurement value and reference value . . . . .	<b>18</b>
<b>Anhang B</b> Vereinfachung der Messunsicher- heitsberechnung durch Kalibrier- software . . . . .	<b>19</b>	<b>Annex B</b> Simplifying the calculation of measurement uncertainties using calibration software . . . . .	<b>19</b>

VDI/VDE-Gesellschaft Mess- und Automatisierungstechnik (GMA)

Ausschuss Kalibrieren von Messmitteln für elektrische Größen

**VDI/VDE-Handbuch Messtechnik I**  
**VDI/VDE-Handbuch Messtechnik II**  
**VDI/VDE-Handbuch Mikro- und Feinwerktechnik**

**Vorbemerkung**

Die Richtlinie VDI/VDE/DGQ/DKD 2622 gibt Anweisungen für die Vorgehensweise bei der Kalibrierung von häufig eingesetzten Messmitteln für elektrische Größen (Blatt 3 ff.). Außerdem behandelt sie in Blatt 1 die Grundlagen, die allen Blättern dieser Richtlinie gemeinsam sind. Im vorliegenden Blatt 2 werden vereinfachte Methoden zur Ermittlung der Messunsicherheit bei der Kalibrierung von Messmitteln für elektrische Größen beschrieben.

Die Einordnung dieses Dokuments in die Hierarchie des Messwesens zeigt Bild 1. Dabei stehen der vertikalen Gliederung im Messwesen mit der Physikalisch-Technischen Bundesanstalt (PTB) als nationalem metrologischem Institut an der Spitze sowie den nachgeordneten akkreditierten Kalibrierlaboratorien des Deutschen Kalibrierdienstes (DKD) bei den Dokumenten zur Ermittlung der Messunsicherheit der „ISO-Guide to the Expression of Uncertainty in Measurement (GUM)“ [1] und das Dokument EA-4/02 „Expression of the Uncertainty of Measurement in Calibration“ [2] (vormals EAL-R2) gegenüber. Die entsprechenden deutschen Übersetzungen sind DIN EN 13 005 „Leitfaden zur Angabe der Messunsicherheit beim Messen“ [3] und die Schrift DKD-3 „Angabe der Messunsicherheit bei Kalibrierungen“ [4].

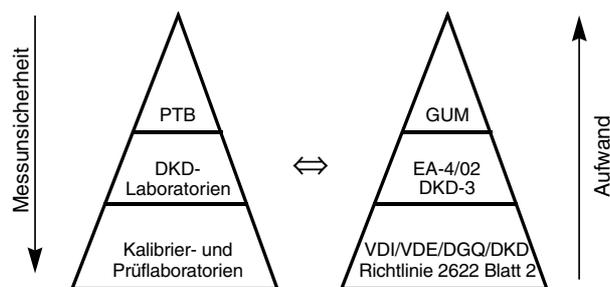


Bild 1. Hierarchie der Dokumente zur Ermittlung der Messunsicherheit im Vergleich zur Hierarchie des Mess- und Prüfwesens in Deutschland

**Preliminary note**

Guideline VDI/VDE/DGQ/DKD 2622 gives instructions for how to proceed in the calibration of measuring means for electrical quantities, which are frequently used (Part 3 foll.). In Part 1, it also deals with the bases common to all its parts. In the present Part 2, simplified methods for the determination of the measurement uncertainty in the calibration of measuring means for electrical quantities are described.

The assignment of this document to a hierarchical level of the metrology system is illustrated in Figure 1. As regards the documents on the determination of the measurement uncertainty, their hierarchy corresponds with the following hierarchical levels of the metrology system: The “ISO Guide to the Expression of Uncertainty in Measurement (GUM)” [1] is at the highest level, followed by the document EA-4/02 “Expression of the Uncertainty of Measurement in Calibration” [2] (formerly: EAL-R2), while in the institutional hierarchy the Physikalisch-Technische Bundesanstalt (PTB) as the national metrology institute is at the top level, followed by the accredited calibration laboratories of the Deutscher Kalibrierdienst (DKD). The German translations are DIN EN 13 005 “Leitfaden zur Angabe der Messunsicherheit beim Messen” [3] and document DKD-3 “Angabe der Messunsicherheit bei Kalibrierungen” [4].

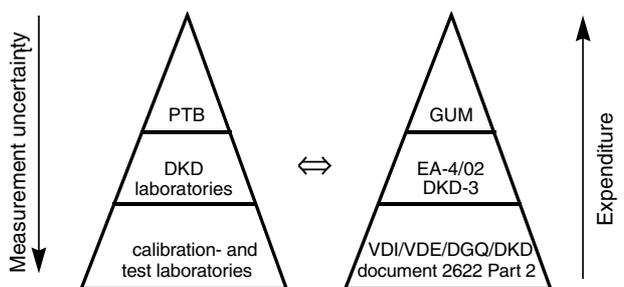


Fig.1. Hierarchy of the documents for the determination of the measurement uncertainty in comparison to the hierarchy of the metrology and testing system in Germany

**1 Zweck und Geltungsbereich**

Das vorliegende Blatt 2 bezieht sich auf die Messunsicherheitsberechnung beim Kalibrieren eines Messmittels. Die hier beschriebenen Verfahren sind für die Praxis vereinfacht dargestellt. Sie sind jedoch konform mit den im Schrifttum zitierten Veröffentlichungen.

**1 Purpose and scope of application**

The present Part 2 relates to the calculation of the measurement uncertainty in the calibration of a measuring means. For practical purposes, the procedures are represented in a simplified form. They are, however, in conformity with the publications given in the References.

## 2 Mathematische Grundlagen

Bei Kalibrierungen hat man es gewöhnlich mit dem Schätzwert nur einer Ergebnisgröße (Ergebniswert, Messergebnis)  $y$  zu tun, der über die Beziehung

$$y = f(x_1, x_2, \dots, x_N) \quad (1)$$

mit den Schätzwerten für die Eingangsgrößen  $x_i$  (Eingangswerte) zusammenhängt. Die Modellfunktion der Auswertung  $f$  ist aus dem Messverfahren abgeleitet, beschreibt gleichzeitig aber auch das Verfahren der Auswertung. Den funktionalen Zusammenhang zeigt das Bild 2.

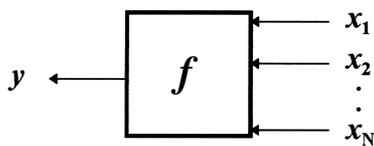


Bild 2. Funktionaler Zusammenhang zwischen den Eingangswerten  $x_i$  und dem Ergebniswert (Messergebnis)  $y$

Die Modellfunktion ist der zentrale Punkt der Messunsicherheitsanalyse. Angaben zu ihrer Ermittlung sowie Beispiele für häufig wiederkehrende Messaufgaben sind in Abschnitt 3 zu finden. Die den Eingangswerten bei der Auswertung beizuordnenden Standardmessunsicherheiten werden nach der Ermittlungsmethode A oder der Ermittlungsmethode B bestimmt. Beide Ermittlungsmethoden sind gleichwertig und unabhängig voneinander. Welche der beiden Methoden zu verwenden ist, hängt von der Kenntnis über die möglichen Werte der jeweiligen Eingangsgröße ab.

### 2.1 Wiederholt gemessene Größen (Ermittlungsmethode A)

Die Methode A wird angewendet, wenn für eine der Eingangsgrößen – hier mit  $q$  bezeichnet – unter einheitlichen Messbedingungen  $n$  unabhängige Beobachtungen vorgenommen werden, die unterschiedliche Werte  $q_j$  liefern. In diesem Fall wird der zu verwendende Eingangswert und die ihm beizuordnende Standardmessunsicherheit durch eine statistische Auswertung der Beobachtungen gewonnen. Bester Schätzwert für die wiederholt gemessene Eingangsgröße ist der arithmetische Mittelwert

$$\bar{q} = \frac{1}{n} \sum_{j=1}^n q_j \quad (2)$$

Die beizuordnende Standardmessunsicherheit ist die empirische Standardabweichung des Mittelwertes

## 2 Mathematical bases

In calibrations we usually have to do with the estimated value for only one result quantity (result value, measurement result)  $y$  which is related with the estimated values for the input quantities  $x_i$  (input values) via the relation

$$y = f(x_1, x_2, \dots, x_N) \quad (1)$$

The function  $f$ , usually called the model of evaluation, has been derived from the measurement procedure but it also describes the evaluation procedure. The functional relationship is grafically depicted in Figure 2.

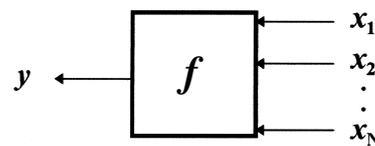


Fig. 2. Functional relationship between input values  $x_i$  and result value (measurement result)  $y$

The model of evaluation is at the centre of the uncertainty analysis. Information about its determination as well as examples of measurement tasks often carried out can be found in Section 3. The standard uncertainties of measurement that in the evaluation are associated with the input values are determined according to method A of evaluation or method B of evaluation. The two methods are equivalent and independent of each other. Which of the two methods is to be used depends on the knowledge of the possible values of the respective input quantity.

### 2.1 Quantities repeatedly measured (method A of evaluation)

Method A of evaluation will be applied if  $n$  independent observations furnishing different values  $q_j$  are made for an input quantity – here referred to as  $q$  – under obviously the same conditions of measurement. In this case, the respective input value and the associated standard uncertainty of measurement are obtained by statistical evaluation of the observations. The best estimate for the repeatedly observed input quantity is the arithmetic mean

$$\bar{q} = \frac{1}{n} \sum_{j=1}^n q_j \quad (2)$$

The associated standard uncertainty of measurement is the experimental standard deviation of the mean value

$$u(\bar{q}) = s(\bar{q}) = \frac{s(q)}{\sqrt{n}} = \sqrt{\frac{1}{n(n-1)} \sum_{j=1}^n (q_j - \bar{q})^2} \quad (3)$$

Ist die Anzahl der Einzelmessungen  $n$  kleiner als zehn (Freiheitsgrad  $\nu = n - 1$ ), wird der nach Gleichung (3) bestimmte Wert der Standardmessunsicherheit  $u(\bar{q})$  im Allgemeinen zu einer statistisch bedingten Fehlschätzung führen. In diesem Fall wird ein effektiver Freiheitsgrad für die Messgröße  $y$  ermittelt und daraus der Erweiterungsfaktor  $k$  für die gewünschte Überdeckungswahrscheinlichkeit berechnet [2; 4]. In Fällen, in denen eine Messung nach einem wohl definierten Messverfahren durchgeführt wird, kann auch bei einer begrenzten Anzahl von Beobachtungen auf die Ermittlung des effektiven Freiheitsgrades verzichtet werden, wenn von der kombinierten Standardmessunsicherheit Gebrauch gemacht wird. Nähere Angaben hierzu finden sich in [2; 4].

**2.2 Einzelwerte und Einflussgrößen (Ermittlungsmethode B)**

Die Methode B wird eingesetzt, wenn für Eingangsgrößen nur ein einzelner Wert zur Verfügung steht, etwa aus einer früher durchgeführten Messung oder aus Herstellerangaben, ein Referenzwert aus Tabellen oder ein aus Kalibrierscheinen entnommener Wert oder eine einzelne Beobachtung einer Eingangsgröße. Letzteres ist im Allgemeinen dann der Fall, wenn Werte für die Umgebungsbedingungen (Temperatur, Luftdruck, Feuchte) bestimmt werden. Die den Eingangswerten beigeordnete Standardmessunsicherheit ist entweder zusammen mit dem Eingangswert der Literatur oder dem Kalibrierschein zu entnehmen oder muss auf der Grundlage der vorhandenen Kenntnisse über die Eingangsgröße bestimmt werden. Häufig lassen sich für den Wert einer Größe nur Ober- und Untergrenze  $a_+$  und  $a_-$  angeben, wobei alle Werte zwischen diesen beiden Grenzen als gleich wahrscheinlich angesehen werden können. In diesem Fall beschreibt eine rechteckförmige Wahrscheinlichkeitsdichte die Verhältnisse am besten.

Mit  $a_+ - a_- = 2a$  erhält man:

$$x_i = \frac{1}{2} \cdot (a_+ + a_-) \text{ und } u(x_i) = \frac{a}{\sqrt{3}} \quad (4)$$

Gibt es gute Gründe, wonach die Werte einer Größe mit größerer Wahrscheinlichkeit in der Mitte des Bereiches liegen, so kann eine dreieckförmige Verteilung ( $x_i = (a_+ + a_-)/2$ ,  $u(x_i) = a/\sqrt{6}$ ) die Situation besser beschreiben. Andererseits wird man eine U-förmige Verteilung ( $x_i = (a_+ + a_-)/2$ ,  $u(x_i) = a/\sqrt{2}$ ) wählen, wenn man annehmen muss, dass die Werte eher am Rande des Bereiches liegen. Eine U-förmige

$$u(\bar{q}) = s(\bar{q}) = \frac{s(q)}{\sqrt{n}} = \sqrt{\frac{1}{n(n-1)} \sum_{j=1}^n (q_j - \bar{q})^2} \quad (3)$$

If the number  $n$  of observations is smaller than ten (degree of freedom  $\nu = n - 1$ ), the value of the standard uncertainty of measurement  $u(\bar{q})$  determined according to Equation (3) will generally lead to an erroneous estimate due to statistical reasons. In this case, an effective degree of freedom for measurand  $y$  has to be determined and from this a coverage factor  $k$  to end-up with the desired coverage probability [2; 4]. In case a measurement is carried out by a well-defined method of measurement, the determination of the effective degree of freedom may be dispensed with even in case the number of observations is limited if the combined standard deviation is use. For more detailed information, see [2; 4].

**2.2 Single values and influence quantities (method B of evaluation)**

Method B of evaluation will be applied if for an input quantity only a single value is available, for example from a previous measurement or a manufacturer's specification, a reference value from tables, a value from a calibration certificate or a single observation of an input quantity. The latter generally is the case when values for the ambient conditions (temperature, barometric pressure, humidity) are determined. The standard uncertainty of measurement associated with the input value together with the input value itself either are taken from the literature, from the calibration certificate or must be determined on the basis of the knowledge of the input quantity. Frequently, only upper and lower bounds  $a_+$  and  $a_-$  may be given for the value and any value between these bounds may be considered equally probable. In this case, a rectangular probability density best describes the knowledge.

With  $a_+ - a_- = 2a$ , the following relations are obtained:

$$x_i = \frac{1}{2} \cdot (a_+ + a_-) \text{ and } u(x_i) = \frac{a}{\sqrt{3}} \quad (4)$$

If there are good reasons to assume that the values of a quantity are likely to stay in the middle of the interval, a triangular distribution ( $x_i = (a_+ + a_-)/2$ ,  $u(x_i) = a/\sqrt{6}$ ) may better describe the situation. On the other hand, an U-shaped distribution ( $x_i = (a_+ + a_-)/2$ ,  $u(x_i) = a/\sqrt{2}$ ) may be taken when it has to be assumed that the values rather stick to the edges of the interval. The U-shaped distribution usually is encountered in

Verteilung tritt bei periodischen Vorgängen auf, z.B. bei geregelten Größen, phasenabhängigen Größen oder ähnlichen.

periodic processes, e.g. in the case of controlled quantities, phase-dependent quantities or the like.

### 2.3. Ermittlung der Messunsicherheit des Messergebnisses

Wie in Gleichung (1) angegeben, wird das Messergebnis  $y$  im Allgemeinen aus mehreren Eingangswerten  $x_i$  ermittelt, für die die beigeordneten Standardmessunsicherheiten  $u(x_i)$  gemäß den Abschnitten 2.1 oder 2.2 ermittelt wurden. Für unkorrelierte Eingangsgrößen berechnet sich die dem Ergebniswert (Messergebnis)  $y$  beizuordnende Standardmessunsicherheit zu

$$u(y) = \sqrt{\sum_{i=1}^N c_i^2 u^2(x_i)} \quad (5)$$

Dabei ist der Sensitivitätskoeffizient  $c_i = \partial f / \partial x_i$  die partielle Ableitung der Funktion  $f$  nach der Eingangsgröße  $x_i$ . Die dem Messergebnis beizuordnende Standardmessunsicherheit ergibt sich somit als Wurzel aus der Summe der Quadrate der den Eingangswerten beigeordneten Standardmessunsicherheiten, jeweils multipliziert mit dem Quadrat der partiellen Ableitung der Modellfunktion nach der entsprechenden Eingangsgröße.

Korrelationen zwischen den Eingangsgrößen treten im Bereich elektrischer Messungen selten auf und wenn, dann meistens mit dem Korrelationskoeffizienten  $r = \pm 1$ . In diesem Fall berechnet sich die Standardmessunsicherheit als Betrag der Summe der Einzel-Messunsicherheiten, multipliziert mit dem Sensitivitätskoeffizienten

$$u(y) = \left| \sum_{i=1}^N c_i \cdot u(x_i) \right| \quad (6)$$

Beispiele für Korrelation sind die mehrfache Verwendung eines Teilers beim Aufbau einer Skale oder der Widerstandsvergleich in einer Brückenschaltung, deren einer Arm von einem Teiler mit variablem Übersetzungsverhältnis gebildet wird.

Die Standardmessunsicherheit  $u(y)$  ist ein Maß für die Güte des Messergebnisses  $y$ . Für technische Anwendungen, insbesondere bei Kalibrierungen oder Konformitätsaussagen, wird der Bereich der Werte benötigt, die mit hoher Wahrscheinlichkeit als mögliche Messergebnisse in Betracht gezogen werden können. Hierfür wird die erweiterte Messunsicherheit  $U$  verwendet, die durch Multiplikation von  $u(y)$  mit einem Erweiterungsfaktor  $k$  erhalten wird:

$$U = k \cdot u(y) \quad (7)$$

### 2.3 Determination of the measurement uncertainty associated with the measurement result

As may be seen from Equation (1), the measurement result  $y$  is generally determined from several input values  $x_i$  for which the associated standard uncertainties  $u(x_i)$  has been determined in accordance with Section 2.1 or 2.2. For uncorrelated input quantities the standard uncertainty of measurement associated with the result value (measurement result)  $y$  is calculated as

$$u(y) = \sqrt{\sum_{i=1}^N c_i^2 u^2(x_i)} \quad (5)$$

Here the sensitivity coefficients  $c_i = \partial f / \partial x_i$  are the partial derivative of the function  $f$  with respect to the input quantities  $x_i$ . The standard uncertainty of measurement associated with the measurement result thus is obtained as the root of the sum of the squares of the standard uncertainties associated with the different input values, multiplied by the square of the partial derivative of the function representing the model of evaluation with respect to the relevant input quantity.

Correlations between the input quantities seldom occur in electrical measurements, and if they do they have in most cases the correlation coefficient  $r = \pm 1$ . In this case, the standard uncertainty of measurement is calculated as the amount of the sum of the individual measurement uncertainties, multiplied by the sensitivity coefficient

$$u(y) = \left| \sum_{i=1}^N c_i \cdot u(x_i) \right| \quad (6)$$

Correlation examples are the multiple use of a divider when a scale is set up or the resistance comparison in a bridge circuit one arm of which is formed by a divider with a variable voltage ratio.

The standard uncertainty of measurement  $u(y)$  is a general measure of the quality of the measurement result  $y$ . For technical applications – calibrations or conformity statements in particular –, the interval of those values is needed which with high probability may all be taken as possible measurement results. Here, the expanded uncertainty of measurement  $U$  is used which is obtained by multiplication of  $u(y)$  by a coverage factor  $k$  as follows:

$$U = k \cdot u(y) \quad (7)$$

Für Kalibrierzwecke wurde der Wert des Erweiterungsfaktors so festgelegt, dass 95 % der möglichen Messergebnisse von dem Werteintervall  $y \pm U$  überdeckt werden. Im Falle mehrerer gleichgewichtiger Eingangswerte ist dann  $k = 2$ . Dies ist der am häufigsten auftretende Fall. In Sonderfällen, in denen nur ein einzelner Eingangswert auftritt oder ein einzelner Eingangswert dominiert, können aber auch Abweichungen auftreten. Nähere Angaben hierzu sind in den Beispielsammlungen zu DKD-3 zu finden [5; 6].

### 3 Modellbildung und Unsicherheitsanalyse

Im Bereich elektrischer Messungen werden einige Messmethoden besonders oft verwendet, die direkte Messung, der Vergleich zweier Größen mit Hilfe eines Null- oder Differenzverfahrens und die Messung durch Substitution. Für diese Methoden wird nachfolgend die Modellbildung durchgeführt und die Unsicherheitsanalyse formelmäßig beschrieben. In vielen Fällen ergibt sich die Messgröße als Summe oder Differenz beziehungsweise Produkt oder Quotient der Eingangsgrößen. Für diese Fälle lassen sich einfache Gleichungen für die Standardmessunsicherheit angeben. Für Summen beziehungsweise Differenzen ist die Vorgehensweise in Abschnitt 3.4 beschrieben. Im Fall eines Produktes oder eines Quotienten ist die Rechnung mit der in Abschnitt 3.5 angegebenen relativen Standardmessunsicherheit durchzuführen. Mischformen aus diesen beiden Fällen können durch geeignete Blockbildung auf einfache Weise behandelt werden [7]. In den nachfolgenden Abschnitten werden diese Methoden grafisch durch Funktionsblöcke nach Art von Signalflussdiagrammen verdeutlicht. Die einzelnen Funktionsblöcke sind durch Pfeile miteinander verknüpft, die grafisch symbolisieren sollen, wie von den Eingangsgrößen auf die Messgröße geschlossen wird und an welchen Stellen der Messkette die verschiedenen Eingangsgrößen Einfluss nehmen.

#### 3.1 Direkte Messung

Diese Methode wird angewendet, wenn ein Messgerät mit Hilfe eines Kalibrators kalibriert oder ein Kalibrator mit Hilfe eines nachgeschalteten Messgeräts überprüft werden soll. Zur Verdeutlichung der in den Abschnitten 3.4 und 3.5 beschriebenen Verfahren wird dieses Beispiel sowohl mit einem additiven Ansatz als auch mit einem multiplikativen Ansatz behandelt. Es muss jedoch deutlich herausgestellt werden, dass die Ergebnisgröße bei beiden Ansätzen unterschiedlich definiert ist, wobei sich die beiden Definitionen auf einfache Weise ineinander umrechnen lassen.

For calibration purposes, the value of the coverage factor was fixed such that 95 % of the possible measurement results is covered by the interval of values  $y \pm U$ : in the case of several input values with equivalent weights,  $k = 2$ . This is the most common case. In special cases in which only a single input value is available or a single input value dominates, there may be deviations. For more detailed information, see the collections of examples in DKD-3 [5; 6].

### 3 Modelling and uncertainty analysis

In the field of electrical measurements, methods of measurement mostly used are direct measurement, comparison of two quantities by a nulling or differential method, and measurement by substitution. In the following the modelling for these cases will be discussed and formulae will be given to carry out the uncertainty analysis in specific measurement situations. If, as in most cases, the model of evaluation is a sum or difference, a product or quotient, of the input quantities. The standard uncertainty of measurement may be expressed by quite simple relations. For a sum or difference the procedure is described in detail in Section 3.4. If a product or quotient is involved, the calculation is best carried out using the relative standard uncertainty of measurement as stated in Section 3.5. Mixed forms may be handled easily by suitable grouping of the input quantities and applying these methods separately and successively to the various groups [7]. In the sections to follow, the methods are graphically illustrated by functional blocks similar to those used in signal flow diagrams. The different blocks are connected by arrows showing how conclusions concerning the measurand may be drawn from the input quantities and at which points in the measuring chain the various input quantities produce effects.

#### 3.1 Direct measurement

This method is applied to calibrate a measuring instrument using a calibrator or to check a calibrator with the aid of an indicating instrument. To illustrate the procedures described in Sections 3.4 and 3.5, this example will be dealt with by an additive as well as a multiplicative approach. It should, however, be kept in mind that both approaches although using different models of evaluation depict the same measuring situation and may be easily converted one into the other.

**Kalibrierung eines Messgerätes  
(additiver Ansatz)**

Bei der Kalibrierung eines Messgerätes geht es darum, die Abweichung zwischen der Größe am Eingang des Messgeräts und seiner Anzeige zu ermitteln (Bild 3).

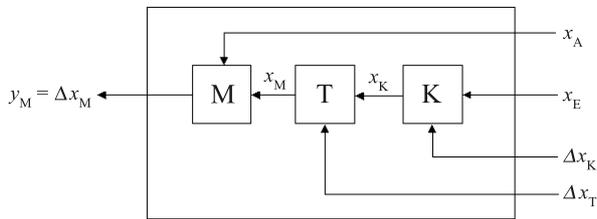


Bild 3. Direkte Messung, Kalibrierung eines Messgerätes (additiver Ansatz)

- M Messgerät
- T Transferglied
- K Kalibrator

Für ein anzeigendes Messgerät ist die Messabweichung  $\Delta x_M$  definiert als Differenz aus angezeigtem Wert  $x_A$  und angebotenen Wert  $x_M$ , sie ist gleichzeitig der Ergebniswert  $y_M$ :  $y_M = \Delta x_M = x_A - x_M$ . Der angebotene Wert  $x_M$  berechnet sich aus der Summe des vom Kalibrator abgegebenen Wertes  $x_K$  sowie der infolge des zwischengeschalteten Transfernormals auftretenden Abweichung  $\Delta x_T$ :  $x_M = x_K + \Delta x_T$ . Der vom Kalibrator abgegebene Wert  $x_K$  berechnet sich als Differenz aus dem eingestellten Wert  $x_E$  sowie der Messabweichung des Kalibrators  $\Delta x_K$ :  $x_K = x_E - \Delta x_K$ . Damit ergibt sich für die Modellfunktion

$$y_M = \Delta x_M = x_A - x_E - \Delta x_K + \Delta x_T \quad (8)$$

und die Standardmessunsicherheit berechnet sich nach Abschnitt 3.4 zu

$$u(y_M) = u(\Delta x_M) = \sqrt{u^2(x_A) + u^2(\Delta x_K) + u^2(\Delta x_T)} \quad (9)$$

Der Einstellwert  $x_E$  ist fest vorgegeben, ihm ist keine Standardmessunsicherheit beizuordnen, so dass ein entsprechender Unsicherheitsbeitrag in Gleichung (9) entfällt. Falls durch die Zusammenschaltung von Kalibrator und Messgerät keine zusätzlichen Quellen der Unsicherheit auftreten, wird  $\Delta x_T = 0$  und  $w(\Delta x_T) = 0$  gesetzt.

**Kalibrierung eines Messgerätes  
(multiplikativer Ansatz)**

In diesem Falle sind die Eingangswerte der am Kalibrator eingestellte Wert  $x_E$ , die Übertragungsfaktoren des Kalibrators  $t_K$  und des Transfergliedes  $t_T$  sowie der vom Messgerät angezeigte Wert  $x_A$ . Ergebniswert  $y_M$  ist der Übertragungsfaktor des Messgerätes  $t_M$ , gebildet aus dem Verhältnis des angezeigten Wertes und dem angebotenen Wert der Größe am Eingang des Messgeräts (Bild 4).

**Calibration of a measuring instrument  
(additive approach)**

The calibration of a measuring instrument serves to determine any difference between the quantity at its input and its indication (Figure 3).

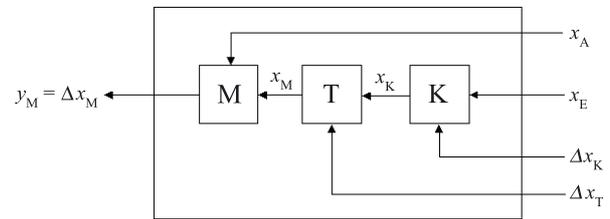


Fig. 3. Direct measurement, calibration of a measuring instrument (additive approach)

- M measuring instrument
- T transfer element
- K calibrator

This so-called error of indication  $\Delta x_M$  defined as the difference between indicated value  $x_A$  and offered value  $x_M$ , constitutes the measurand  $y_M$ :  $y_M = \Delta x_M = x_A - x_M$ . The offered value  $x_M$  is calculated from the sum of the value  $x_K$  supplied by the calibrator and the deviation  $\Delta x_T$ :  $x_M = x_K + \Delta x_T$ . The value  $x_K$  furnished by the calibrator is calculated as the difference of the setting  $x_E$  and the error of indication of the calibrator  $\Delta x_K$ :  $x_K = x_E - \Delta x_K$ . Thus the following relation is obtained as model of evaluation:

$$y_M = \Delta x_M = x_A - x_E - \Delta x_K + \Delta x_T \quad (8)$$

and the standard uncertainty of measurement is calculated according to Section 3.4 as

$$u(y_M) = u(\Delta x_M) = \sqrt{u^2(x_A) + u^2(\Delta x_K) + u^2(\Delta x_T)} \quad (9)$$

Since the setting is specified without any uncertainty Equation (9) does not contain any uncertainty contribution due to it. If coupling of calibrator and measuring instrument does not lead to additional sources of uncertainty,  $\Delta x_T = 0$  and  $w(\Delta x_T) = 0$  may be set.

**Calibration of a measuring instrument  
(multiplicative approach)**

In this case, the input values are the calibrator setting  $x_E$ , the response factors  $t_K$  of the calibrator,  $t_T$  of the transfer element and the indicated value  $x_A$ . The measurand  $y$  is the response factor  $t_M$  of the measuring instrument, which is the ratio of the indication to the value of the quantity at its termination (Figure 4).

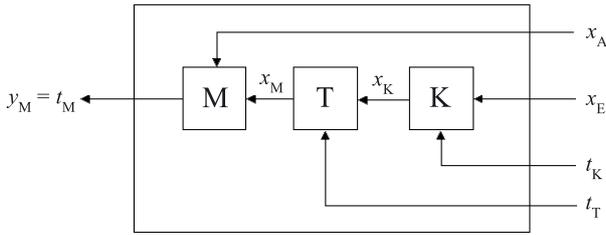


Bild 4. Direkte Messung, Kalibrierung eines Messgerätes (multiplikativer Ansatz)

- M Messgerät
- T Transferglied
- K Kalibrator

Letzterer berechnet sich aus dem Einstellwert des Kalibrators und den Übertragungsfaktoren von Kalibrator und Transferglied zu  $x_M = x_K \cdot t_T = x_E \cdot t_T/t_K$ , mit  $t_K = x_E/x_K$ . Damit ergibt sich für die Modellfunktion:

$$y_M = (x_A \cdot t_K)/(x_E \cdot t_T) \tag{10}$$

Der Übertragungsfaktor  $t_K$  des Kalibrators repräsentiert das Verhältnis „Einstellwert des Kalibrators zu abgegebenem Wert“. Es handelt sich dabei um einen Übertragungsfaktor mit einem Wert nahe eins, wobei für die ihm beizuordnende Standardmessunsicherheit neben der der Kalibrierung beigeordneten Standardmessunsicherheit auch noch die zeitliche Drift des Übertragungsfaktors und der Einfluss der Umgebungsbedingungen auf  $t_K$  berücksichtigt werden müssen. Der Übertragungsfaktor des Transfergliedes  $t_T$  liegt ebenfalls nahe bei eins und verkörpert alle Einflüsse, die infolge der Zusammenschaltung von Kalibrator und Messgerät auftreten können, beispielsweise eine Spannungsteilung infolge des aus dem Eingangswiderstand von M und dem Ausgangswiderstand von K gebildeten Teilers oder auftretende Thermospannungen. Die der Anzeige  $x_A$  des Messgerätes beizuordnende Standardmessunsicherheit setzt sich aus der empirischen Standardabweichung des Mittelwertes (bei mehreren unabhängigen Beobachtungen) sowie der Standardmessunsicherheit auf Grund des begrenzten Auflösungsvermögens (bei digitalen Messgeräten) sowie weiteren auf das Messgerät einwirkenden Einflussgrößen zusammen. Da die Modellfunktion in diesem Fall aus dem Produkt bzw. dem Quotienten der Eingangswerte gebildet wird, berechnet sich die relative Standardmessunsicherheit gemäß Abschnitt 3.5 zu

$$w(y_M) = \sqrt{w^2(x_A) + w^2(t_K) + w^2(t_T)} \tag{11}$$

Der Einstellwert  $x_E$  ist fest vorgegeben, ihm ist keine Standardmessunsicherheit beizuordnen, so dass ein entsprechender Unsicherheitsbeitrag in Gleichung (11) entfällt. Falls durch die Zusammenschaltung von Kalibrator und Messgerät keine zusätzlichen Quellen der Unsicherheit auftreten, wird  $t_T = 1$  und  $w(t_T) = 0$  gesetzt.

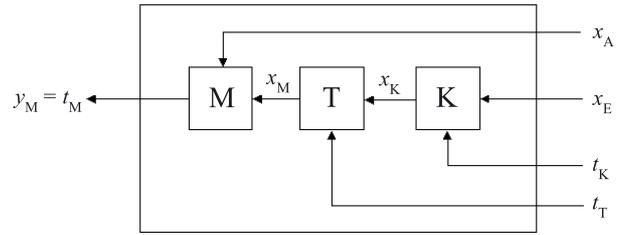


Fig. 4. Direct measurement, calibration of a measuring instrument (multiplicative approach)

- M measuring instrument
- T transfer element
- K calibrator

The latter is calculated from the setting of the calibrator and the responses factors of the calibrator and the transfer element as  $x_M = x_K \cdot t_T = x_E \cdot t_T/t_K$ , with  $t_K = x_E/x_K$ . Thus the following model of evaluation is obtained:

$$y_M = (x_A \cdot t_K)/(x_E \cdot t_T) \tag{10}$$

The calibrator response factor  $t_K$  is the ratio of the calibrator setting and the value supplied. It's value is close to one; for the associated standard uncertainty of measurement, not only the standard uncertainty of measurement resulting from the calibration but also the temporal drift of the response and the effect of the ambient conditions on  $t_K$  must be taken into account. The response factor  $t_T$  of the transfer element is also close to one and embodies any effect resulting from the connection of the calibrator and the measuring instrument, e.g. voltage division due to the divider formed by the input resistance of M and the output resistance of K, or thermoelectric voltages. The standard uncertainty of measurement associated with the indication  $x_A$  of the measuring instrument comprises the experimental standard deviation of the mean value (in case of several independent observations), the standard uncertainty of measurement due to the limited resolution (in case of digital as well as analogue measuring instruments) and further influences acting on the measuring circuit. Since the model of evaluation is a product or quotient of input values, the relative standard uncertainty of measurement is suitably calculated according to Section 3.5 as

$$w(y_M) = \sqrt{w^2(x_A) + w^2(t_K) + w^2(t_T)} \tag{11}$$

The setting  $x_E$  is again specified without any uncertainty so that an uncertainty contribution due to it is not included in Equation (11). If no additional sources of uncertainty result from the connection of the calibrator and the measuring instrument,  $t_T = 1$  and  $w(t_T) = 0$  are set.

Beide Ergebnisse können auf einfache Weise ineinander umgerechnet werden. Mit  $y_M(\text{add.}) = \Delta x_M = x_A - x_M$  und  $y_M(\text{mult.}) = t_M = x_A/x_M$  erhält man:

$$\Delta x_M = x_M \cdot (t_M - 1) \cong x_A \cdot (t_M - 1) \quad (12)$$

**Kalibrierung eines Kalibrators (additiver Ansatz)**

Durch Vertauschung der Blöcke M und K in Bild 3 kann auch der Fall behandelt werden, dass ein Kalibrator mit Hilfe eines Messgerätes kalibriert werden soll (Bild 5).

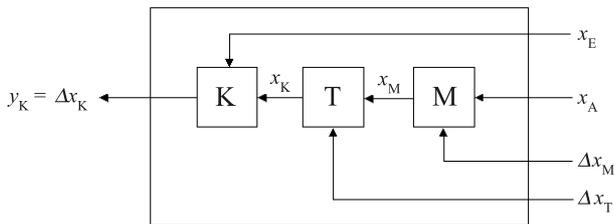


Bild 5. Direkte Messung, Kalibrierung eines Kalibrators (additiver Ansatz)

- M Messgerät
- T Transferglied
- K Kalibrator

Für einen Kalibrator ist die Messabweichung  $\Delta x_M$  definiert als Differenz aus eingestelltem Wert  $x_E$  und abgegebenem Wert  $x_K$ , sie ist gleichzeitig der Ergebniswert  $y_K$ :  $y_K = \Delta x_K = x_E - x_K$ . Der abgegebene Wert  $x_K$  berechnet sich aus der Summe des dem Messgerät angebotenen Wertes  $x_M$  sowie der infolge des zwischengeschalteten Transferelements auftretenden Abweichung  $\Delta x_T$ :  $x_K = x_M - \Delta x_T$ . Der dem Messgerät abgebotene Wert  $x_M$  berechnet sich als Summe aus dem angezeigten Wert  $x_A$  sowie der Messabweichung des Messgerätes  $\Delta x_M$ :  $x_M = x_A - \Delta x_M$ . Damit ergibt sich für die Modellfunktion

$$y_K = \Delta x_K = x_E - x_A + \Delta x_M + \Delta x_T \quad (13)$$

und die Standardmessunsicherheit berechnet sich nach Abschnitt 3.4 zu

$$u(y_K) = u(\Delta x_K) = \sqrt{u^2(x_A) + u^2(\Delta x_M) + u^2(\Delta x_T)} \quad (14)$$

**Kalibrierung eines Kalibrators (multiplikativer Ansatz)**

In diesem Fall sind der Anzeigewert des Messgerätes  $x_A$ , sein Übertragungsfaktor  $t_M$  sowie der des Transfergliedes  $t_T$  und der Einstellwert des Kalibrators  $x_E$  die Eingangswerte. Ergebniswert  $y_K$  ist der Übertragungsfaktor des Kalibrators  $t_K$ , gebildet als Verhältnis „Einstellwert zu abgegebenem Wert“ (Bild 6).

The two groups of relations (Equations (8) and (9) and Equations (10) and (11)) both represent descriptions of the same measurement situation but in different terms and may be easily converted one into the other. With  $y_M(\text{add.}) = \Delta x_M = x_A - x_M$  and  $y_M(\text{mult.}) = t_M = x_A/x_M$ , the following Equation is obtained:

$$\Delta x_M = x_M \cdot (t_M - 1) \cong x_A \cdot (t_M - 1) \quad (12)$$

**Calibration of a calibrator (additive approach)**

By interchanging the functional blocks M and K in Figure 3, it is also possible to handle the case in which a calibrator is to be calibrated using a measuring instrument calibrated by other means (Figure 5).

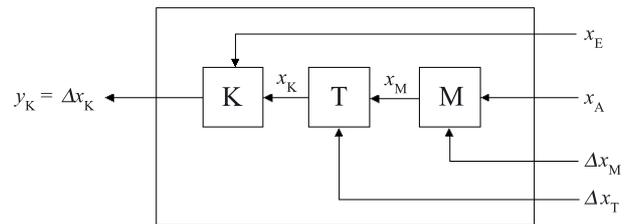


Fig. 5. Direct measurement, calibration of a calibrator (additive approach)

- M measuring instrument
- T transfer element
- K calibrator

For a calibrator the error of indication  $\Delta x_M$  defined as the difference between setting  $x_E$  and supplied value  $x_K$  constitutes the measurand  $y_K$ :  $y_K = \Delta x_K = x_E - x_K$ . The supplied value  $x_K$  is calculated as the sum of the value  $x_M$  offered to the measuring instrument and the deviation  $\Delta x_T$ :  $x_K = x_M - \Delta x_T$  due to the transfer element placed in-between. The value  $x_M$  offered to the measuring instrument is calculated as the sum of the indication  $x_A$  and its error of indication  $\Delta x_M$ :  $x_M = x_A - \Delta x_M$ . This yields the model of evaluation

$$y_K = \Delta x_K = x_E - x_A + \Delta x_M + \Delta x_T \quad (13)$$

and according to Section 3.4, the standard uncertainty of measurement is calculated as

$$u(y_K) = u(\Delta x_K) = \sqrt{u^2(x_A) + u^2(\Delta x_M) + u^2(\Delta x_T)} \quad (14)$$

**Calibration of a calibrator (multiplicative approach)**

In this case, the indication of the measuring instrument  $x_A$ , its response factor  $t_M$ , the response factor  $t_T$  of the transfer element and the calibrator setting  $x_E$  are the input values. The measurand  $y_K$  is the response factor  $t_K$  of the calibrator, being the ratio of the setting and the supplied value (Figure 6).

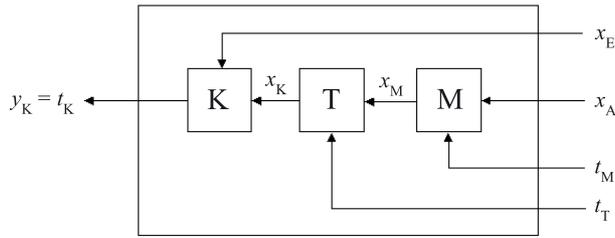


Bild 6. Direkte Messung, Kalibrierung eines Kalibrators (multiplikatives Verfahren)  
 M Messgerät  
 T Transferglied  
 K Kalibrator

Die Modellfunktion ergibt sich mit  $t_K = x_E/x_K$ ,  $x_K \cdot t_T = x_M$  und  $t_M = x_A/x_M$  zu

$$y_K = t_K = (x_E \cdot t_T \cdot t_M)/x_A \quad (15)$$

und die relative Standardmessunsicherheit berechnet sich zu

$$w(y_K) = \sqrt{w^2(x_A) + w^2(t_T) + w^2(t_M)} \quad (16)$$

Bezüglich des Einstellwertes  $x_E$  und des Transferfaktors  $t_T$  sowie der ihnen beigeordneten Standardmessunsicherheiten gilt das bereits zuvor Gesagte.

Die Umrechnung der beiden Ergebnisse ineinander erfolgt in Anlehnung an Gleichung (12). Mit  $y_K(\text{add.}) = \Delta x_K = x_E - x_K$  und  $y_K(\text{mult.}) = t_K = x_E/x_K$  erhält man:

$$\Delta x_K = x_K \cdot (t_K - 1) \cong x_E \cdot (t_K - 1) \quad (17)$$

### 3.2 Differenzmessung oder Nullverfahren

Bei der Differenzmessung wird die unbekannte Ergebnisgröße  $x_{MG}$  (Messwertgeber MG) unmittelbar mit der Bezugsgröße (Eingangsgröße, Bezugswertgeber BG) verglichen und die Differenz zwischen beiden mit einem Differenzmessgerät DM ermittelt, dessen Anzeige eine weitere Eingangsgröße darstellt. Beim Nullverfahren wird das Differenzmessgerät durch einen Nullindikator NI ersetzt. Für dessen Abgleich ist es erforderlich, zu der Bezugsgröße eine Abgleichgröße  $x_{AG}$  (Abgleichwertgeber AG) als weitere Eingangsgröße hinzuzufügen.

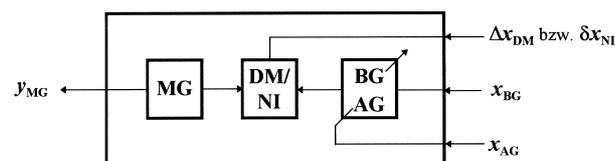


Bild 7. Differenzmessung oder Nullverfahren  
 MG Messwertgeber  
 BG Bezugswertgeber  
 AG Abgleichwertgeber  
 DM Differenzmessgerät  
 NI Nullindikator

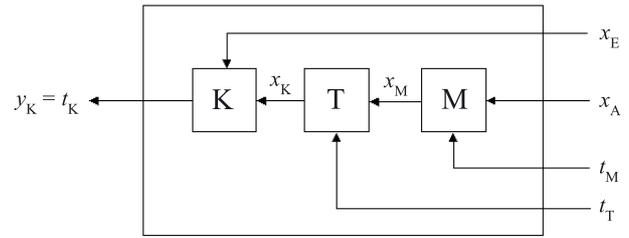


Fig. 6. Direct measurement, calibration of a calibrator (multiplicative approach)  
 M measuring instrument  
 T transfer element  
 K calibrator

The model of evaluation is obtained with  $t_K = x_E/x_K$ ,  $x_K \cdot t_T = x_M$  and  $t_M = x_A/x_M$  as

$$y_K = t_K = (x_E \cdot t_T \cdot t_M)/x_A \quad (15)$$

and the relative standard uncertainty of measurement is obtained as

$$w(y_K) = \sqrt{w^2(x_A) + w^2(t_T) + w^2(t_M)} \quad (16)$$

To the setting  $x_E$  and the transfer factor  $t_T$  as well as the associated standard uncertainties, the statements made before apply.

Conversion of the two results into each other takes place according to Equation (12). With  $y_K(\text{add.}) = \Delta x_K = x_E - x_K$  and  $y_K(\text{mult.}) = t_K = x_E/x_K$ , the following relation is obtained:

$$\Delta x_K = x_K \cdot (t_K - 1) \cong x_E \cdot (t_K - 1) \quad (17)$$

### 3.2 Differential measurement or nulling method

In the differential measurement, the unknown quantity  $x_{MG}$  (measuring transducer MG) is directly compared with the reference quantity  $x_{BG}$  (input quantity, reference value transducer BG) and the difference between the two is determined using a differential measuring instrument DM whose indication enters as an additional input quantity. For the nulling method, the differential measuring instrument is replaced by a null indicator NI. To balance this indicator, a balancing quantity  $x_{AG}$  (balancing value transducer AG) must be added to the reference quantity as a further input quantity.

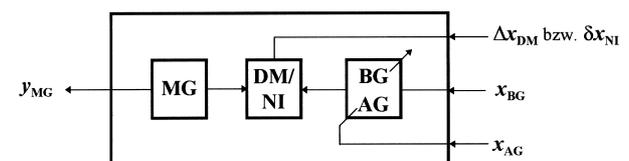


Fig. 7. Differential measurement or nulling method  
 MG measuring transducer  
 BG reference value transducer  
 AG balancing value transducer  
 DM differential measuring instrument  
 NI null indicator

Für die Differenzmessung erhält man als Modellfunktion:

$$y_{MG} = x_{BG} + x_{AG} + \Delta x_{DM} \quad (18)$$

und für die Standardmessunsicherheit gemäß Abschnitt 3.4

$$u(y_{MG}) = \sqrt{u(x_{BG})^2 + u(x_{AG})^2 + u(\Delta x_{DM})^2} \quad (19)$$

Wenn die Messgröße und die Bezugsgröße annähernd denselben Wert haben, so dass ihre Differenz direkt mit dem Differenzmessgerät bestimmt werden kann, wird  $x_{AG}$  gleich null und der vom Abgleichgeber herrührende Unsicherheitsbeitrag  $u(x_{AG})$  entfällt.

Beim Nullverfahren erhält man im Prinzip dieselbe Modellfunktion mit dem Unterschied, dass die Anzeige des Differenzmessgeräts  $\Delta x_{DM}$  durch die des Nullindikators  $\delta x_{NI}$  ersetzt wird, die im Abgleichfall gegen null strebt:

$$y_{MG} = x_{BG} + x_{AG} + \delta x_{NI} \quad (20)$$

Sie muss aber in der Modellfunktion berücksichtigt werden, weil der vom Nullabgleich herrührende Unsicherheitsanteil  $u(\delta x_{NI})$  in keinem Fall vernachlässigt werden darf:

$$u(y_{MG}) = \sqrt{u(x_{BG})^2 + u(x_{AG})^2 + u(\delta x_{NI})^2} \quad (21)$$

Beim Nullverfahren wird in jedem Fall eine Abgleichgröße benötigt.

### 3.3 Substitutionsverfahren

Das Substitutionsverfahren ist der Differenzmessung sehr ähnlich mit dem Unterschied, dass die Differenz zwischen der Bezugsgröße  $x_{BG}$  (Bezugswertgeber BG) und der Messgröße  $y_{MG}$  (Messwertgeber MG) nicht direkt gemessen wird, sondern dass die Werte der Bezugsgröße und der Messgröße nacheinander mit demselben Messgerät M ermittelt und anschließend ins Verhältnis gesetzt werden. Daher treten neben dem bekannten Wert der Bezugsgröße die durch Messung ermittelten Werte des Bezugswertgebers  $x_{M1}$  und des Messwertgebers  $x_{M2}$  als weitere Eingangsgrößen im Modell auf, während die unbekannte Messgröße die Ergebnisgröße  $y_{MG}$  ist (Bild 8).

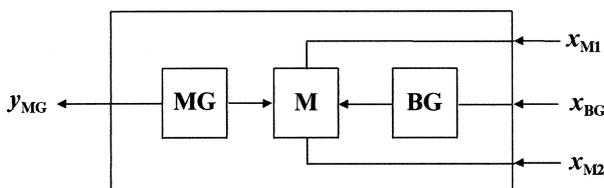


Bild 8. Substitutionsverfahren  
 MG Messwertgeber  
 BG Bezugswertgeber  
 M Messgerät

The following model of evaluation results for the differential measurement:

$$y_{MG} = x_{BG} + x_{AG} + \Delta x_{DM} \quad (18)$$

and for the standard uncertainty of measurement according to Section 3.4

$$u(y_{MG}) = \sqrt{u(x_{BG})^2 + u(x_{AG})^2 + u(\Delta x_{DM})^2} \quad (19)$$

If the measurand and the reference quantity have approximately the same value so that their difference may be directly determined with the differential measuring instrument,  $x_{AG}$  becomes zero, and the uncertainty contribution due to the balancing transducer  $u(x_{AG})$  does not apply.

In the nulling method basically the same model of evaluation results, with the only difference that the indication of the differential measuring instrument  $\Delta x_{DM}$  is replaced by the indication of the null indicator  $\delta x_{NI}$  that in the final balancing tends to zero:

$$y_{MG} = x_{BG} + x_{AG} + \delta x_{NI} \quad (20)$$

It must, however, be introduced in the model of evaluation because the uncertainty contribution due to the balancing  $u(\delta x_{NI})$  must in no case be neglected:

$$u(y_{MG}) = \sqrt{u(x_{BG})^2 + u(x_{AG})^2 + u(\delta x_{NI})^2} \quad (21)$$

In the nulling method, a balancing quantity is needed in any case.

### 3.3 Substitution method

The substitution method is again very similar to the differential measurement. The difference, however, between the reference quantity  $x_{BG}$  (reference value transducer BG) and the unknown quantity  $y_{MG}$  (measuring transducer MG) is not determined directly. The values are rather determined one after the other using the same measuring instrument M and forming their ratio after that. That is the reason why not only the known value of the reference quantity but also values – determined by measurement – of the reference value transducer  $x_{M1}$  and the measuring transducer  $x_{M2}$  enter as additional input quantities into the model of evaluation, (Figure 8).

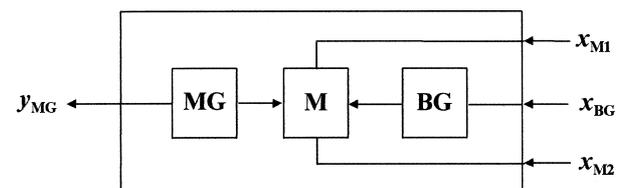


Fig. 8. Substitution method  
 MG measuring transducer  
 BG reference value transducer  
 M measuring instrument

Da Messgröße und Bezugsgröße beim Substitutionsverfahren annähernd denselben Wert haben und zu ihrer Messung dasselbe Messgerät verwendet wird, sind die Messwerte  $x_{M1}$  und  $x_{M2}$  korreliert. Weil aber das Verhältnis der beiden Anzeigewerte gebildet wird, trägt die Korrelation in diesem Fall zu einer Reduzierung der Messunsicherheit bei, indem nur die relative Differenz zwischen den beiden Anzeigewerten  $\delta x_{M1}/x_{M1}$  und  $\delta x_{M2}/x_{M2}$ , bedingt durch die begrenzte Auflösung des Messgerätes, die Kurzzeitstabilität oder die differentielle Linearität Beiträge zur Messunsicherheit leisten. Für das Verhältnis aus Messwert und Bezugswert ergibt sich damit (siehe auch Anhang A):

$$\frac{y_{MG}}{x_{BG}} = \frac{x_{M2}}{x_{M1}} \cdot \left( 1 + \frac{\delta x_{M1}}{x_{M1}} - \frac{\delta x_{M2}}{x_{M2}} \right) = r \cdot r_C \quad (22)$$

Damit erhält man für die Modellfunktion

$$y_{MG} = x_{BG} \cdot r \cdot r_C \quad (23)$$

und die Standardmessunsicherheit berechnet sich gemäß Abschnitt 3.5 zu

$$w(y_{MG}) = \sqrt{w(x_{BG})^2 + w(r)^2 + w(r_C)^2} \quad (24)$$

### 3.4 Modellfunktion als Summe oder Differenz der Eingangsgrößen

In den nachfolgenden Abschnitten 3.4 und 3.5 werden die bereits in den Abschnitten 3.1 bis 3.3 verwendeten additiven und multiplikativen Methoden verallgemeinert. Ist die Modellfunktion  $f$  eine Summe oder Differenz der Eingangsgrößen,

$$y = c_1 x_1 + c_2 x_2 + \dots + c_N x_N = \sum_{i=1}^N c_i x_i \quad (25)$$

so berechnet sich die dem Messergebnis beizuordnende Standardmessunsicherheit aus der Wurzel der Summe der Quadrate der den Eingangswerten beigeordneten Standardmessunsicherheiten  $u(x_i)$ , multipliziert mit den Quadraten  $c_i^2$  der entsprechenden Vorfaktoren, die die in Abschnitt 2.3 eingeführten Sensitivitätskoeffizienten darstellen. Letztere haben häufig den Wert eins:

$$u(y) = \sqrt{\sum_{i=1}^N c_i^2 u^2(x_i)} \quad (26)$$

Beispiel ist die Bestimmung der Standardmessunsicherheiten  $u(\Delta x_M)$  und  $u(\Delta x_K)$  in Abschnitt 3.1 (additives Verfahren) sowie  $u(y_{MG})$  in Abschnitt 3.2.

As in the substitution method, measurand and reference value have approximately the same value and the same measuring instrument is used for measuring them, so that values  $x_{M1}$  and  $x_{M2}$  are correlated. Since, however, the ratio of the two indicated values is considered, the correlation acts to reduce the measurement uncertainty because only relative differences between the indicated values  $\delta x_{M1}/x_{M1}$  and  $\delta x_{M2}/x_{M2}$  – due to the limited resolution of the measuring instrument –, short-time stability or differential linearity contribute to the measurement uncertainty. The ratio of measurement value and reference value the following is thus obtained (see also Annex A) as:

$$\frac{y_{MG}}{x_{BG}} = \frac{x_{M2}}{x_{M1}} \cdot \left( 1 + \frac{\delta x_{M1}}{x_{M1}} - \frac{\delta x_{M2}}{x_{M2}} \right) = r \cdot r_C \quad (22)$$

So the following is obtained for the model of evaluation:

$$y_{MG} = x_{BG} \cdot r \cdot r_C \quad (23)$$

and in accordance with Section 3.5, the standard uncertainty of measurement is calculated as

$$w(y_{MG}) = \sqrt{w(x_{BG})^2 + w(r)^2 + w(r_C)^2} \quad (24)$$

### 3.4 Model of evaluation as sum or difference of input values

In the following Sections 3.4 and 3.5, the additive and multiplicative methods used already in Sections 3.1 to 3.3 will be generalized. If the model of evaluation  $f$  is a sum or difference of the input quantities

$$y = c_1 x_1 + c_2 x_2 + \dots + c_N x_N = \sum_{i=1}^N c_i x_i \quad (25)$$

the standard uncertainty of measurement associated with the measurement result is obtained from the root of the sum of the square of the standard measurement uncertainties  $u(x_i)$  associated with the input values, multiplied by the squares  $c_i^2$  of the relevant prefactors representing the sensitivity coefficients introduced in Section 2.3. The latter frequently have the value one:

$$u(y) = \sqrt{\sum_{i=1}^N c_i^2 u^2(x_i)} \quad (26)$$

An example of this is the determination of the standard uncertainties of measurement in Section 3.1 (additive method) as well as in Section 3.2.

### 3.5 Modellfunktion als Produkt oder Quotient der Eingangsgrößen

Ist die Modellfunktion  $f$  ein Produkt oder Quotient der Eingangsgrößen

$$y = k \cdot x_1^{c_1} \cdot x_2^{c_2} \cdot \dots \cdot x_N^{c_N} = k \cdot \prod_{i=1}^N x_i^{c_i} \quad (27)$$

so berechnet sich die dem Messergebnis beizuordnende relative Standardmessunsicherheit  $w(y)$  aus der Wurzel der Summe der Quadrate der den Eingangswerten beigeordneten relativen Standardmessunsicherheiten  $w(x_i)$ , multipliziert mit dem Quadrat der jeweiligen Exponenten  $c_i^2$ , die wiederum identisch mit den Sensitivitätskoeffizienten sind und in vielen Fällen den Betrag eins haben:

$$w(y) = \sqrt{\sum_{i=1}^N c_i^2 \cdot w^2(x_i)} \quad (28)$$

Die relative Standardmessunsicherheit ist die auf den Betrag des Messergebnisses bzw. den Betrag des Eingangswertes bezogene Standardmessunsicherheit:

$$w(y) = u(y)/|y| \quad \text{bzw.} \quad w(x_i) = u(x_i)/|x_i| \quad (29)$$

Beispiele sind die Bestimmungen der relativen Standardmessunsicherheiten  $w(y_M)$  und  $w(y_K)$  in Abschnitt 3.1 (multiplikatives Verfahren) sowie  $w(y_{MG})$  in Abschnitt 3.3.

## 4 Voraussetzungen für verlässliche Messungen

Die Ermittlung von Messunsicherheiten lässt sich nicht nur auf ein rein mathematisch-statistisches Problem reduzieren. Subjektive Momente und Erfahrungen bei der Auswahl des geeignetsten Messverfahrens, der Gestaltung des Messaufbaus sowie bei der Durchführung der Messungen spielen eine wichtige Rolle. Es ist daher müßig, sich über spezielle Konzepte zur Berechnung der Messunsicherheit den Kopf zu zerbrechen, solange nicht ausgeschlossen werden kann, dass in der Praxis durch Unachtsamkeit oder Unwissen größere unerkannte Fehler entstehen [8]. Einflüsse auf das Messergebnis können von verschiedenen Quellen herrühren. In erster Linie sind hier die Messgeräte selbst, die Umgebungsbedingungen, der Schaltungsaufbau und der Beobachter zu nennen.

### 4.1 Messgeräte

- **Rekalibrierintervall:** Die Kalibrierung von Messgeräten und Normalen muss von Zeit zu Zeit wiederholt werden, will man sicherstellen, dass das Gerät/Normal innerhalb vorgegebener Grenzen möglicher Messabweichungen arbeitet. Alte-

### 3.5 Model of evaluation as product or quotient of input values

If the model of evaluation  $f$  is a product or quotient of the input quantities

$$y = k \cdot x_1^{c_1} \cdot x_2^{c_2} \cdot \dots \cdot x_N^{c_N} = k \cdot \prod_{i=1}^N x_i^{c_i} \quad (27)$$

the relative standard uncertainty of measurement  $w(y)$  associated with the measurement result is calculated from the root of the sum of the squares of the relative standard measurement uncertainties  $w(x_i)$  associated with the input values, multiplied by the square of the respective exponents  $c_i^2$ , which in turn are identical with the sensitivity coefficients and in many cases have the value one:

$$w(y) = \sqrt{\sum_{i=1}^N c_i^2 \cdot w^2(x_i)} \quad (28)$$

The relative standard uncertainty of measurement associated with a value is the standard uncertainty of measurement associated with that value divided by its modulus:

$$w(y) = u(y)/|y| \quad \text{resp.} \quad w(x_i) = u(x_i)/|x_i| \quad (29)$$

Examples of this are the determinations of the relative standard uncertainties of measurement in Section 3.1 (multiplicative method) as well as in Section 3.3.

## 4 Prerequisites for reliable measurements

The determination of measurement uncertainties cannot be reduced to a purely mathematical-statistical problem only. Subjective reasons and experience in the selection of the most suitable method of measurement, the configuration of the measuring set-up as well as the performance of the measurements play an important part. It is therefore pointless to rack one's brains over specific concepts for the calculation of the measurement uncertainty as long as it cannot be ruled out that in practice major unrecognized errors result from inattentiveness or ignorance [8]. The measurement result may be influenced in different ways. The measuring instruments themselves, the ambient conditions, the circuit design and the observer are the main sources.

### 4.1 Measuring instruments

- **Recalibration interval:** The calibration of measuring instruments and standards must be repeated at certain intervals to ensure that the instrument/standard operates within specified limits of possi-

Drift, Abnutzung etc. sind die Ursachen für Änderungen im Betriebsverhalten. Es setzt ein hohes Maß an Erfahrung voraus, Rekalibrierintervalle realistisch abzuschätzen.

- Interne und externe Abgleiche: Einzelne Geräte müssen täglich oder in periodischen Abständen abgeglichen werden, wenn sie ihre Spezifikationen einhalten sollen. Mikroprozessorgesteuerte Messgeräte haben häufig Selbstkalibrierroutinen, die mit Hilfe interner oder externer Normale dafür sorgen, dass das betreffende Gerät die angegebenen Spezifikationen einhält.
- Messunsicherheit und Auflösung: Die Auflösung von Messgeräten und die für Normale zertifizierte Messunsicherheit müssen in einer vernünftigen Beziehung zur Messunsicherheit stehen, die bei Messungen mit einer Messeinrichtung erreicht werden soll.
- Rauschen/Drift: Der Einfluss von Rauschen kann durch geeignet wiederholte Messungen und anschließende Mittelwertbildung verringert werden, sofern keine Rauschanteile mit einem  $1/f$ -Spektrum vorhanden sind. Die Drift der charakteristischen Größen von Geräten wird häufig durch  $1/f^a$ -Rauschen beschrieben, wobei  $a$  Werte zwischen 1 und 3 annehmen kann.
- Schutzschirmtechnik: Die Schutzschirmtechnik (Guard-Technik) ist geeignet, den Einfluss von Gleichtaktspannungen um einen Faktor 100 bis 1000 herabzusetzen. Voraussetzung ist, dass die Anschlüsse der Schutzschirme in geeigneter Weise mit der Messschaltung verbunden werden.

#### 4.2 Umgebungsbedingungen

- Temperatur: Die Umgebungstemperatur wirkt in vielfältiger Weise auf Messgeräte, Normale und Messschaltung ein. Falls der Temperatureinfluss zulässige Grenzen übersteigt, muss durch geeignete Thermostatisierung des Messraums oder von Teilen der Messeinrichtung entsprechende Abhilfe geschaffen werden. Normale werden in Luft- oder Ölthermostaten auf konstanter Temperatur gehalten.
- Luftdruck und Luftfeuchte: Diese Einflussgrößen müssen bei elektrischen Messungen nur selten berücksichtigt werden. Allerdings kann bei Normalen und Normalmessgeräten die Druckabhängigkeit des realisierten Wertes eine Rolle spielen, wenn Messungen bei unterschiedlichen Höhen über N.N. durchgeführt werden. Änderungen der Luftfeuchte führen teilweise zu schleichenden Veränderungen der Spezifikationen, die schwer zuzuordnen sind. Auf den Einfluss der Feuchte auf die Dielektrizitätszahl und den Isolationswiderstand sei ebenfalls hingewiesen.

Ageing effects, drift, wear, etc. are the causes for changes in performance. A great amount of experience is necessary to realistically estimate recalibration intervals.

- Internal and external balancing: Some instruments must be balanced every day, or periodically, so that they comply with their specifications. Microprocessor-controlled measuring instruments commonly have self-calibration routines which with the aid of internal or external standards ensure that the instrument meets the specifications.
- Measurement uncertainty and resolution: The resolution of measuring instruments and the measurement uncertainty certified for standards must bear a reasonable relation to the measurement uncertainty to be achieved in measurements using a measuring device.
- Noise/drift: The effect of noise may be reduced by suitably repeated measurements and subsequent averaging if no noise components with a  $1/f$  spectrum are present. The drift of the characteristic quantities of instruments is often described by  $1/f^a$ -noise. The exponent  $a$  may assume values between 1 to 3.
- Guard technique: The guard technique is suitable to reduce the effect of common-mode voltages by a factor of 100 to 1000 providing the connections of the guards are suitably connected with the measuring circuit.

#### 4.2 Ambient conditions

- Temperature: The ambient temperature has varying effects on measuring instruments, standards and measuring circuit. If the temperature effect exceeds permissible limits, remedial action must be taken by thermostating the measurement room or parts of the measuring device. In air or oil thermostats, standards are kept at constant temperature.
- Barometric pressure and humidity: These influence quantities need to be allowed for in electrical measurements only seldom. For standards and standard measuring devices, the pressure dependence of the value realized may, however, play a role if measurements are carried out at different altitudes above sea level. Variations in air humidity may lead to slow changes in the specifications which are hard to assign. Reference is also made to the effect of humidity on the dielectric constant and on the insulation resistance.

- Netzstörungen/EMV: Netzstörungen gehören zur Gruppe der leitungsgebundenen Störungen, für die Prüfvorschriften in den einschlägigen Normen angegeben sind. Darüber hinaus sind auch elektromagnetische Felder zu betrachten, die sich ebenfalls auf die Funktion elektronischer Geräte auswirken können. Falls Kalibrierungen in gestörter Umgebung durchzuführen sind, muss ein möglicher Einfluss durch eine entsprechende Einflussgröße bei der Unsicherheitsanalyse berücksichtigt werden. Auch Rechner sind häufig Störquellen in der oben angegebenen Art.

#### 4.3 Schaltungsaufbau

- Ein- und Ausgangsimpedanzen sind häufig Quellen unerkannter Abweichungen. Eingangswiderstände von Teilern belasten elektronische Spannungsnormale merklich; umgekehrt können selbst hohe Eingangsimpedanzen von digitalen Multimetern an den Ausgangswiderständen vorgeschalteter Geräte merkliche Spannungsabfälle verursachen, insbesondere wenn die hohen Impedanzwerte infolge einer Abhängigkeit von der Frequenz nicht im gesamten erforderlichen Frequenzbereich gelten.
- Leitungs- und Kontaktübergangswiderstände wirken sich im Zusammenhang mit den Eingangsimpedanzen von Messgeräten aus. Dabei ist bei Kontaktübergangswiderständen besonders zu beachten, dass sie von Messung zu Messung veränderliche Werte annehmen können. Der Einfluss von Leitungswiderständen lässt sich durch kurze, dicke Kabel oder durch gesonderte Leitungen zur Potentialabtastung verringern.
- Isolationswiderstände wirken sich besonders bei der Messung hoher Widerstandswerte und kleiner Stromstärken aus. Sie liegen entweder parallel zu den zu kalibrierenden Objekten oder speisen Leckströme in empfindliche Teile der Schaltung ein. Schmutz und Feuchtigkeit sind häufig die Ursache für Leckströme. Isolierungen mit Saphir oder Teflon und teflonisolierte Kabel sowie Schutzschirme gegen Kriechströme reduzieren den Einfluss der Isolationswiderstände.
- Leitungsführung, Schirmung und Erdung sind Maßnahmen zur Verringerung des Einflusses äußerer Störungen. Große Leiterschleifen und Koppelkapazitäten sind zu vermeiden, da sie Schaltungen anfällig gegen magnetische und elektrische Felder machen. Bei den Netzanschlüssen ist darauf zu achten, dass alle Geräte aus einer Phase gespeist werden und dass die Netztransformatoren entsprechend geschirmt sind. Notfalls ist auf Batteriespeisung überzugehen. Erdverbindungen sind stern- oder baumförmig auszuführen, um

- Mains-borne interferences/EMC: The testing regulations for mains-borne interferences are given in the relevant standards. Electromagnetic fields are also important as they may have an effect on the functionality of electronic devices. If calibrations are to be carried out in a disturbed environment, a potential effect of an influence quantity must be taken into account in the uncertainty analysis. Computers frequently are also disturbing sources of the above-mentioned kind.

#### 4.3 Circuit design

- Input and output impedances are frequent sources of unrecognized deviations. Input resistances of dividers have a considerable loading effect on electronic voltage standards; conversely, even high input impedances of digital multimeters may cause considerable voltage drops on the output resistors of series devices, especially if, due to frequency dependencies, the high impedance values do not apply in the whole necessary frequency range.
- Line and contact resistances have an effect in connection with the input impedances of measuring instruments. For contact resistances it is to be noted in particular that they may take values changing from measurement to measurement. The effect of line resistances may be reduced by the use of short, thick cables or by separate lines for potential scanning.
- Insulation resistances have an effect when high resistance values and small currents are measured. They either are parallel to the objects to be calibrated or feed leakage currents into sensitive circuit components. Dirt and humidity are frequent causes for leakage currents. Insulation using sapphire or teflon and teflon-insulated cables as well as creeping currents guards reduce effects resulting from insulation resistances.
- The arrangement of conductors, shielding and earthing serve to reduce effects of external disturbances. Large conductor loops and mutual capacitances are to be avoided, as they make circuits susceptible to magnetic and electric fields. It is to be ensured for the mains connections that all instruments are supplied from the same phase and that the power transformers are adequately shielded. Where appropriate, a battery should be used as power supply. Earthing connections are to be realized in a star or tree arrangement to prevent

Schleifenbildung zu vermeiden. Eine Schirmung schützt empfindliche Teile einer Schaltung oder verhindert, dass Störungen auf andere Schaltungsteile übergreifen.

- Thermospannungen entstehen bei Temperaturgradienten und/oder Paarungen unterschiedlicher Materialien (Kontakte, Lötstellen). Sie können durch eine „Nullmessung“ ermittelt und korrigiert werden, sofern sie konstant sind. Durch Vermeidung von Temperaturgradienten und die Kombination geeigneter Materialien kann ihr Einfluss herabgesetzt werden. Vernickelte Kontakte sind in Bezug auf Thermospannungen ungünstig.
- Rauschquellen sind beispielsweise integrierte Schaltungen und andere Halbleiterschaltungen, Schaltnetzteile, Choppverstärker und sehr hochohmige Widerstände.

#### 4.4 Beobachter

- Ablesefehler: „Eine Messung ist keine Messung“ ist eine alte Erfahrung in der Messtechnik. Digitale Messgeräte sind analogen bei der Ablesung deutlich überlegen.
- Programmfehler: Rechnergesteuerte Messplätze verhindern weitgehend Fehler bei der Messwertaufnahme und Übertragung. Das schließt aber Programmfehler nicht aus. Hier hilft Kontrolle durch eine Messung von Hand oder Überprüfung der Software durch eine zweite Person. Eine toolgestützte Softwarekontrolle steht zur Zeit noch nicht zur Verfügung.
- Einfluss der Person: Auch vom Menschen gehen Einflüsse auf Messschaltungen und Messwerte (Ablesung des für möglich gehaltenen Wertes!) aus. Teilweise wirkt die vom Operateur ausgehende Temperaturstrahlung störend und kann zu erhöhten Thermospannungen führen. Kunststoffkleidung kann die Ursache für elektrostatische Entladungen sein. Gegebenenfalls wirkt der Bediener als Antenne und streut in die Schaltung ein. Eine Abhilfe kann die Fernbedienung oder Automatisierung bieten.

Die hier aufgelisteten Einflüsse sind nicht vollständig und könnten beliebig erweitert werden. Die Liste kann aber bei der Aufstellung von Unsicherheitsbudgets von Nutzen sein.

loop formation. Shielding protects sensitive parts of a circuit or prevents disturbances from spreading to other parts in the circuit.

- Thermoelectric voltages are produced if temperature gradients occur and/or different materials (contacts, soldered joints) are used. They may be determined by a nulling measurement and corrected if they are constant. Their effect may be reduced by avoiding temperature gradients and using combinations of suitable materials. Nickel-plated contacts are unfavourable concerning thermoelectric voltages.
- Integrated circuits and other semiconductor circuits, switching power supplies, chopper amplifiers and very high-valued resistors are suspicious noise sources.

#### 4.4 Observer

- Reading error: “One measurement is no measurement” is an old slogan in metrology. Regarding the reading, digital measuring instruments are considered superior to analogue ones.
- Programming error: In the acquisition and transmission of measurement values, computer-controlled measuring arrangements largely prevent errors. This does not, however, rule out programming errors. Here it is expedient to have independent check carried out by hand and/or to check the software by a second person. Good tool-aided software checks are not available at present.
- Effects of persons: Persons too have effects on measuring circuits and measurement values (they intuitively judge whether a reading of a measuring instrument may be considered to give a reasonable value or not!). The temperature radiation emanating from the operator may have a disturbing effect too and may increase thermoelectric voltages. Plastic garments may be the cause for electrostatic discharges. The operator might have also the effect of an antenna and introduce external high and low frequency disturbances into the circuit. Remote operation or automation may serve as a remedy.

The list of effects enumerated is surely not complete and a lot of others could be added. It comprises, however, at least the most relevant ones and may be helpful when the establishing uncertainty analysis.

## Schrifttum/Bibliography

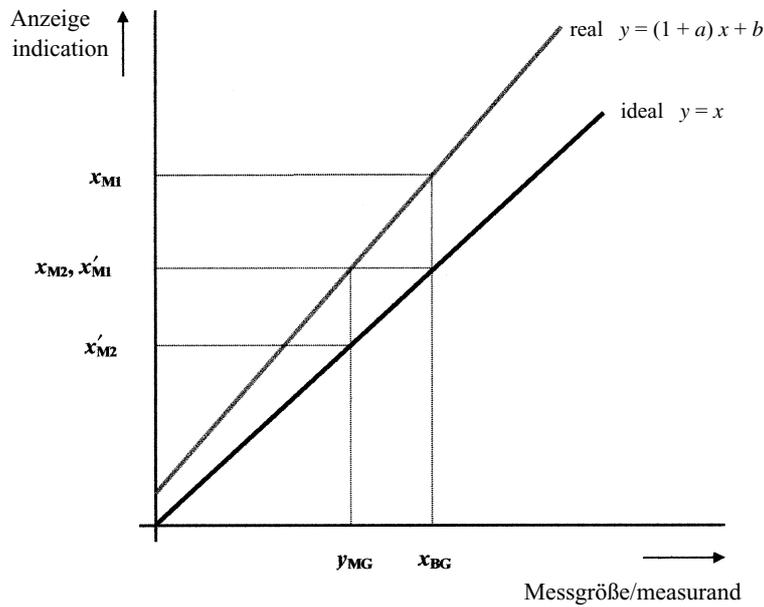
- [1] Guide to the Expression of Uncertainty in Measurement (GUM), first edition 1993, corrected and reprinted 1995. International Organization for Standardization (ISO), Geneva, Switzerland
- [2] EA-4/02: Expression of the Uncertainty of Measurement in Calibration. Requirements document, 1996. European Cooperation for Accreditation, Utrecht, The Netherlands
- [3] DIN EN 13 005 Leitfaden zur Angabe der Messunsicherheit beim Messen. Deutsche Übersetzung des „Guide to the Expression of Uncertainty in Measurement“ (GUM). Herausgeber: DIN Deutsches Institut für Normung e.V. Berlin, Wien, Zürich: Beuth Verlag 1995, 1. Auflage. ISBN 3-410-13405-0
- [4] DKD-3 Angabe der Messunsicherheit bei Kalibrierungen. Bremerhaven: Verlag für neue Wissenschaft, 1998
- [5] DKD-3-E1 Angabe der Messunsicherheit bei Kalibrierungen, Beispiele. Bremerhaven: Verlag für neue Wissenschaft, 1998
- [6] DKD-3-E2 Angabe der Messunsicherheit bei Kalibrierungen, Beispiele, Teil 2 (erscheint demnächst bei: Bremerhaven: Verlag für neue Wissenschaft)
- [7] *Bachmair, H.*: Messunsicherheitsbetrachtung für Mess- und Prüfmittel für elektrische Größen. In: VDI-Berichte 1445, S. 167/176. Düsseldorf: VDI-Verlag 1998
- [8] *Feller, Ü.*: Statistische Sicherheit von Messresultaten. 2. Teil: Bestimmung der Messunsicherheit im elektrischen Kalibrierwesen. Bulletin SEV 80 (1989), S. 1083/1088

### Mitgeltende Normen/Standards also applicable

- DIN 1319-1 Grundlagen der Messtechnik; Grundbegriffe
  - DIN 1319-2 Begriffe für die Anwendung von Messgeräten
  - DIN 1319-3 Auswertung von Messungen einer einzelnen Messgröße; Messunsicherheit
  - DIN 1319-4 Auswertung von Messungen; Messunsicherheit
-

**Anhang A Kennlinien zur Bestimmung des Verhältnisses aus Messwert und Bezugswert**

**Annex A Characteristics for the determination of the ratio between measurement value and reference value**



ideale Kennlinie/ideal characteristic:

$$x'_{M1} = x_{BG}, \quad x'_{M2} = y_{MG}$$

$$x'_{M2} - x'_{M1} = y_{MG} - x_{BG}$$

$$x'_{M2}/x'_{M1} = y_{MG}/x_{BG}$$

reale Kennlinie/real characteristic:

$$x_{M1} = (1 + a) \cdot x_{BG} + b, \quad x_{M2} = (1 + a) \cdot y_{MG} + b$$

$$x_{M2} - x_{M1} = (1 + a) \cdot (y_{MG} - x_{BG})$$

$$\frac{x_{M2}}{x_{M1}} \cong \frac{y_{MG}}{x_{BG}} \cdot \left[ 1 + b \cdot \left( \frac{1}{y_{MG}} - \frac{1}{x_{BG}} \right) \right]$$

$$\frac{y_{MG}}{x_{BG}} \cong \frac{x_{M2}}{x_{M1}} \cdot \left[ 1 + b \cdot \left( \frac{1}{x_{BG}} - \frac{1}{y_{MG}} \right) \right]$$

$$\cong \frac{x_{M2}}{x_{M1}} \cdot \left( 1 + \frac{\delta x_{M1}}{x_{M1}} - \frac{\delta x_{M2}}{x_{M2}} \right) = r \cdot r_c$$

## Anhang B Vereinfachung der Messunsicherheitsberechnung durch Kalibriersoftware

Der Einsatz von Software bei der Kalibrierung von Messmitteln gewinnt eine immer größere Bedeutung. Der nachfolgende Anhang zeigt Möglichkeiten auf, wie mit einer kommerziell verfügbaren Kalibriersoftware die Berechnung der Messunsicherheit vereinfacht werden kann.

Anstelle des bisher verwendeten Verfahrens, bei dem nur das Messunsicherheitsverhältnis (TUR) ermittelt wurde, wird jetzt die Berechnung nach den Anforderungen von ISO/IEC 17 025 durchgeführt.

Die Basisberechnungen ergeben sich aus den Formeln zur Bestimmung der Standardmessunsicherheit  $u$  und der erweiterten Messunsicherheit  $U$ :

$$u = \sqrt{u_1^2 + u_2^2 + u_3^2 + u_4^2 + \dots + u_{10}^2}$$

$$U = k \cdot u$$

Wobei  $k$  der Erweiterungsfaktor ist.

Die Komponente  $u_1$  gibt die Messunsicherheit des verwendeten Kalibriersystems an. Sie ist in einer Datei der Software abgespeichert und ist vom Typ B. Die Information darüber steht in einer so genannten ACC-Datei der Software. Beispiel: Kalibrierung eines Digitalmultimeters mit einem Kalibrator nach der direkten Methode:

In der ACC-Datei befindet sich die Messunsicherheit des verwendeten Kalibrators. Über die Software ist sichergestellt, dass die ACC-Datei mit dem tatsächlich verwendeten Kalibrator korrespondiert und die richtigen Daten zur Verfügung gestellt werden. Über eine Monitorfunktion ist das auch verifizierbar.

Die Komponente  $u_2$  ist vom Typ A und gibt die Messunsicherheit des Kalibriergegenstandes an. Dabei wird sowohl die Anzahl der Messungen als auch die Auflösung berücksichtigt. Zusätzlich kann in der Software der Faktor für die Student-T-Verteilung mit angegeben werden. Solange der Wert dafür nicht überschrieben oder deaktiviert wird, erfolgt die Ermittlung des Wertes nach Tabelle G2 – Anhang G des ANSI/NCSL Z540-2-1997 – Dokumentes.

Die Komponenten  $u_3 \dots u_{10}$  sind optionale Unsicherheitskomponenten, wie z.B. Thermospannungen, Lasteffekte etc. und können direkt spezifiziert werden. Sie sind Komponenten vom Typ B.

Die Eingaben der erforderlichen Parameter können auf der Systemebene der Software durchgeführt werden. Sie sind dann so lange gültig, bis sie überschrieben oder gelöscht werden. Eine weitere Eingabemöglichkeit besteht auf der Programmebene für die einzelnen Kalibrierprozeduren. Hierbei sind die

## Annex B Simplifying the calculation of measurement uncertainties using calibration software

The use of software in the calibration of measuring means increasingly gains in importance. The annex below presents possibilities of how a commercial calibration software can serve to simplify the calculation of the measurement uncertainty.

Instead of determining only the measurement uncertainty ratio as in the past, the calculation is now carried out according to the requirements of ISO/IEC 17 025.

The basic calculations are performed according to the formulae for the determination of the standard uncertainty  $u$  and the expanded uncertainty  $U$

$$u = \sqrt{u_1^2 + u_2^2 + u_3^2 + u_4^2 + \dots + u_{10}^2}$$

$$U = k \cdot u$$

$k$  being the coverage factor.

The contribution  $u_1$  stands for the measurement of the calibration system used. It is stored in a file of the software and results from a Type B method of evaluation. The associated information is contained in a so-called ACC file of the software. Example: calibration of a digital multimeter by the direct method using a calibrator:

The ACC file contains the measurement uncertainty of the calibrator employed. It is ensured via the software that the ACC file corresponds with the calibrator actually used and that the correct data are made available. This can be verified via a monitor function.

Contribution  $u_2$  is of Type A method of evaluation and indicates the measurement uncertainty of the object calibrated. Both, the number of measurements and the resolution are taken into account. In addition, the software can provide the factor for Student's T distribution. As long as this value is not overwritten or deactivated, the determination of the value is carried out according to Table G2 in Annex G of the ANSI/NCSL Document Z540-2-1997.

The components  $u_3 \dots u_{10}$  are optional uncertainty components as, for example, thermoelectric voltages, load effects, etc., and can be directly specified. They are components of Type B.

The inputs of the necessary parameters may take place at the system level of the software. They are valid until they are overwritten or erased. The input may also take place at the program level for the individual calibration procedures. In this case the parameters are valid for one procedure only and may over-

Parameter für eine Prozedur gültig. Auch hier besteht die Möglichkeit, einzelne Parameter zu überschreiben oder zu deaktivieren.

Die ermittelte Messunsicherheit wird automatisch in einem Mess- bzw. Kalibrierprotokoll ausgewiesen. Die Ausgabe der Daten erfolgt in Exponentialform und bezieht sich auf die Grundeinheit des gemessenen Wertes.

Das primäre Ziel der Software ist es, dem Anwender ein Tool zur Verfügung zu stellen, das den kompletten Kalibriervorgang und die Berechnung der Messunsicherheit vereinfacht und weitestgehend automatisiert. Damit kann der gesamte Kalibriervorgang beschleunigt und wirtschaftlicher durchgeführt werden.

written or deactivated individually.

The measurement uncertainty determined is automatically recorded in a measurement or calibration protocol. The data are output in an exponential form and relate to the base unit of the value measured.

It is the primary aim of the software to provide the user with a tool that simplifies the calibration process and the calculation of the measurement uncertainty and automates it to the farthest possible extent, so that the calibration procedure may be speeded up and carried out more efficiently.